

## Örnek

$A(m, -3)$ ,  $B(-8, 0)$ ,  $C(2, 0)$  için

$AB \perp AC$  ise  $m$  kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 1    D) 2    E) 3

## Çözüm

$AB \perp AC$  ise

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \text{ dir.}$$

$$\frac{0 - (-3)}{-8 - m} \cdot \frac{0 - (-3)}{2 - m} = -1$$

$$\frac{3}{(-8 - m)} \cdot \frac{3}{(2 - m)} = -1$$

$$\frac{9}{-16 - 2m + 8m + m^2} = -1$$

$$m^2 + 6m - 16 = -9$$

$$m^2 + 6m - 7 = 0$$

$$(m + 7)(m - 1) = 0 \text{ ve}$$

$$m = -7 \text{ veya}$$

$$m = 1 \text{ dir.}$$

**YANIT C**

## İki Doğru Arasındaki Aç

Şekilde  $d_1$  doğrusunun eğimi  $m_1 = \tan \alpha$

$d_2$  doğrusunun eğimi  $m_2 = \tan \beta$  ve

iki doğru arasındaki açı  $\theta$  ise

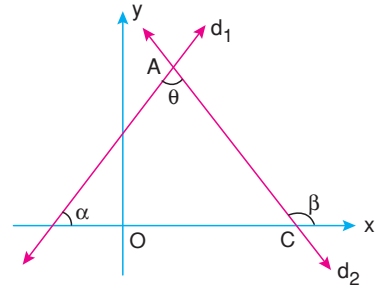
$$\beta = \alpha + \theta \text{ ve}$$

$$\beta - \alpha = \theta \text{ dan } \tan(\beta - \alpha) = \tan \theta$$

$$\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \cdot \tan \alpha} = \tan \theta \text{ da değerler yerine yazılırsa,}$$

$$\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1} = \tan \theta$$

iki doğru arasındaki açı kuralı bulunur.



## Örnek

$$y + \sqrt{3}x + 11 = 0 \text{ ve } x + y = 3$$

doğruları arasındaki dar açı kaç derecedir?

- A) 15    B) 22,5    C) 30    D) 45    E) 60

## Çözüm

$$d_1: y + \sqrt{3}x + 11 = 0 \text{ ise } m_1 = -\sqrt{3} \text{ dir.}$$

$$\tan \alpha = -\sqrt{3} \text{ ise eğim açısı } \alpha = 120^\circ \text{ olur.}$$

$$d_2: x + y = 3 \text{ ise } m_2 = -1 \text{ dir.}$$

$$\tan \beta = -1 \text{ ise eğim açısı } \beta = 135^\circ \text{ olur.}$$

İki doğrunun oluşturduğu açı, eğim açılarının farkıdır.

Buna göre,  $\beta - \alpha = 135^\circ - 120^\circ = 15^\circ$  bulunur.

## DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

## DOĞRU DENKLEMLERİ

## 1. Açık Doğru Denklemi

$y = ax + b$  şeklinde verilen doğru denklemleridir.

Burada eğim  $x$  in katsayısı  $a$  dır.

## 2. Kapalı Doğru Denklemi

$ax + by + c = 0$  şeklinde verilen doğru denklemleridir.

Burada eğim  $m = -\frac{a}{b}$  dir.

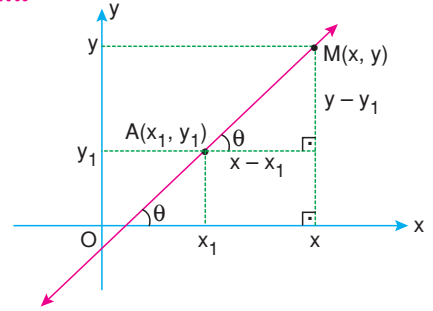
## UYARI

Doğru üzerindeki her noktanın koordinatları doğru denklemini sağlar.

 **$A(x_1, y_1)$  noktasından geçen ve eğimi  $m$  olan doğrunun denklemi**

$$\tan \theta = \frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$y - y_1 = m(x - x_1)$  denklemi elde edilir.

**İki noktadan geçen doğrunun eğimi ve denklemi**

$A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktalarından geçen

doğrunun eğimi  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  idi.

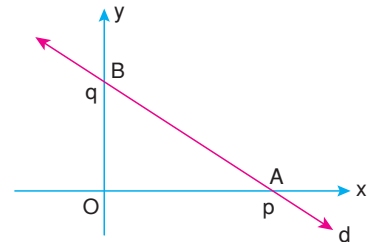
$y - y_1 = m(x - x_1)$  de  $m$  değeri yerine yazılırsa

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$  elde edilir.

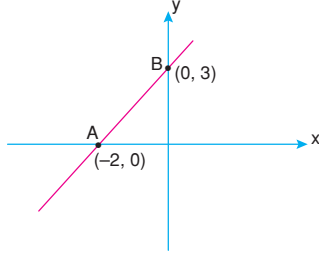
**Eksen parçalarına göre doğrunun denklemi**

Şekilde  $A(p, 0)$ ,  $B(0, q)$  dir.  $d$  doğrusunun denklemi iki noktadan geçen doğrunun denklemidir.

Öyleyse,  $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$  olur. (Descartes denklemi)



## Örnek

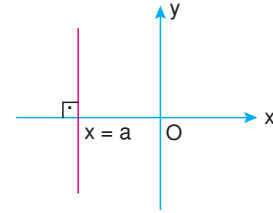


Şekildeki AB doğrusunun denklemini yazınız.

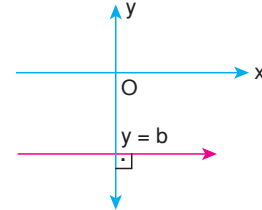
- A)  $3x - 2y + 6 = 0$                       B)  $2x - 3y - 6 = 0$   
 C)  $2x + 3y - 3 = 0$                       D)  $2x + 3y - 3 = 0$   
 E)  $3x + 2y - 6 = 0$

**x = a doğruları**

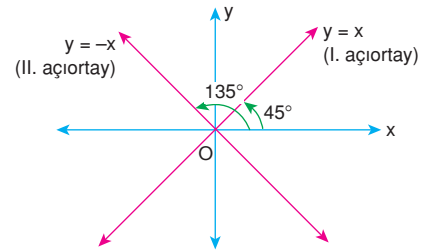
$x = a$  doğruları Oy eksenine paralel, Ox eksenine dik doğrulardır.  
 Bu doğruların eğimi tanımsızdır.

**y = b doğruları**

Ox eksenine paralel, Oy eksenine dik doğrulardır.  
 Bu doğrunun eğimi sıfırdır.

**I. ve II. açkırtay doğruları**

$y = x$  doğrusuna I. açkırtay doğrusu,  
 $y = -x$  doğrusuna II. açkırtay doğrusu denir.

**İki doğrunun birbirlerine göre durumları**

Denklemleri  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ve  
 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  olan doğrular

- a)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  ise bu doğrular **paralel** dir.

Sistemin çözümü  $\emptyset$  kümedir.

- b)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  ise bu doğrular **çakışık** tır.

## Çözüm

Doğru eksenleri  $A(-2, 0)$  ve  $B(0, 3)$  de kesiyor.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ denkleminde}$$

$$a = -2 \text{ ve } b = 3 \text{ yazarsak}$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1, \text{ düzenlenirse}$$

$$-3x + 2y = 6 \text{ veya}$$

$$3x - 2y + 6 = 0 \text{ bulunur.}$$

**YANIT A**

## DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

Gerçekte tek denklem vardır. Sistemin sonsuz çözümü vardır.

- c)  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  ise bu doğrular **bir noktada kesişir**.

İki doğrunun ortak çözümü kesim noktasının koordinatlarını verir.

$$\mathcal{C} = \{(x_0, y_0)\}$$

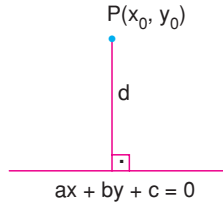
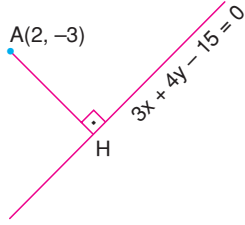
**Bir noktanın bir doğruya uzaklığı**

$P(x_0, y_0)$  noktasının

$$ax + by + c = 0$$

doğrusuna olan uzaklığı

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ dir.}$$

**Örnek**

**A(2, -3) noktasının  $3x + 4y - 15 = 0$  doğrusuna uzaklığı kaç br dir?**

- A) 1,8    B) 2,4    C) 3,6    D) 4,2    E) 4,8

**Çözüm**

$$|AH| = \frac{|3x_0 + 4y_0 - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \text{ de}$$

$x_0 = 2$  ve  $y_0 = -3$  yazarsak

$$|AH| = \frac{|3 \cdot 2 + 4(-3) - 15|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$|AH| = \frac{|6 - 12 - 15|}{5} = \frac{|-21|}{5}$$

$$|AH| = \frac{21}{5} = 4,2 \text{ br olur.}$$

**YANIT D**

**Paralel iki doğru arasındaki uzaklık**

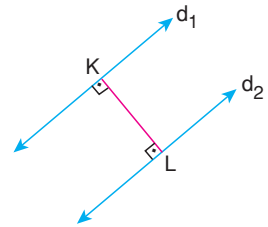
$$d_1: ax + by + c_1 = 0$$

$$d_2: ax + by + c_2 = 0$$

$d_1$  ve  $d_2$  doğruları paralel olduğundan x ve y katsayıları eşitlenmelidir.

x ve y katsayıları eşitlendiğinde sabit terimler  $c_1$  ve  $c_2$  oluyor ise iki doğru arasındaki uzaklık

$$|K| = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ ile bulunur.}$$

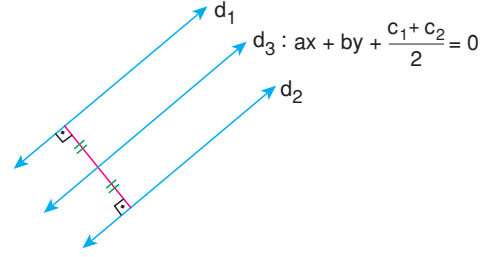


## UYARI

$d_1: ax + by + c_1 = 0$  ile

$d_2: ax + by + c_2 = 0$  doğrularına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri bu iki doğrunun ortasından geçen doğrudur ve denklemi;

$d_3: ax + by + \frac{c_1 + c_2}{2} = 0$  dır.



## Örnek

$$2x - 3y - 6 = 0$$

$$2x + 3y + 10 = 0$$

doğrularının kesim noktasından geçen ve

$y - 5x - 1 = 0$  doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $y = -2x + 1$

B)  $y = 5x + \frac{7}{3}$

C)  $y = 3x - 4$

D)  $y = 5x + 1$

E)  $y = 5x - \frac{3}{2}$

## Çözüm

İki doğruyu ortak çözersek

$$2x - 3y - 6 = 0$$

$$+ 2x + 3y + 10 = 0$$

$$4x + 4 = 0 \text{ ve } x = -1, \quad 2 \cdot (-1) - 3y - 6 = 0 \text{ ve}$$

$$y = -\frac{8}{3} \text{ olur.}$$

A noktasından geçecek olan doğru  $y - 5x - 1 = 0$  doğrusuna paralel olacağından eğimleri aynıdır. Yani aranan doğrunun eğimi 5 ve denklemi

$$y = 5x + n \text{ biçimindedir.}$$

$A\left(-1, \frac{8}{3}\right)$  noktasından geçecekse nokta

denklemi sağlar.

$$-\frac{8}{3} = -5 + n \text{ ve } n = \frac{7}{3} \text{ dır.}$$

Problemdeki koşulları gerçekleyen doğru

$$y = 5x + \frac{7}{3} \text{ veya}$$

$$15x - 3y + 7 = 0 \text{ biçimindedir.}$$

**YANIT B**

## Örnek

$$2x + 3y - 4 = 0 \text{ ve } x - 2y + 6 = 0$$

doğrularının kesim noktasından geçen ve Ox eksenine paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $y = \frac{16}{7}$

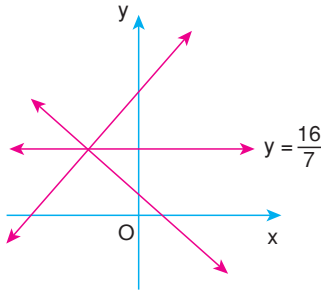
B)  $y = \frac{8}{7}$

C)  $y = 2$

D)  $y = -1$

E)  $y = 0$

## Çözüm



$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y - 4 = 0 \\ x - 2y + 6 = 0 \end{array} \right\} \text{ Doğrularının kesim noktası } \\ \text{nin ordinatı isteniyor.}$$

Ortak çözümde x yok edilirse

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y - 4 = 0 \\ -2x + 4y - 12 = 0 \end{array} \right\} \text{ sisteminden}$$

$$7y - 16 = 0 \quad y = \frac{16}{7} \text{ bulunur.}$$

YANIT A

## Kendini Dene

Şekilde  $d_1$  doğrusuyla  $d_2$  doğrusunun kesim noktası  $A(x, y)$  olduğuna göre,  $x + y$  toplamı kaçtır?

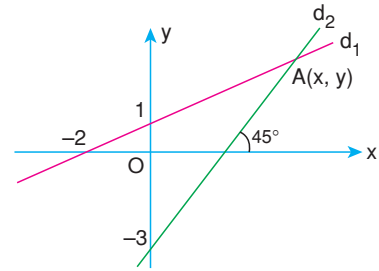
A) 9

B) 10

C) 11

D) 12

E) 13



(2005 - ÖSS)

## Örnek

$2x + y - 4 = 0$  doğrusu üzerindeki hangi nokta  $A(-1, 1)$  noktasına en yakındır?

A)  $(-1, 6)$

B)  $(1, 2)$

C)  $(6, -2)$

D)  $(2, 0)$

E)  $(3, 4)$

**Çözüm**

Doğru üzerinde A noktasına en yakın nokta B olsun.

$AB \perp d$  olduğundan  $m_{AB} \cdot m_d = -1$  dir.

$m_{AB} \cdot (-2) = -1$  ve  $m_{AB} = \frac{1}{2}$  dir.

AB doğrusunun denklemi;

$y = \frac{1}{2}x + k$  dir.

$A(-1, 1)$  noktası AB doğrusu üzerinde olduğundan doğru denklemini sağlar.

$1 = \frac{1}{2} \cdot (-1) + k$  ve  $k = \frac{3}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  dir.

d doğrusu ile AB doğrusunun kesim noktası B'dir.

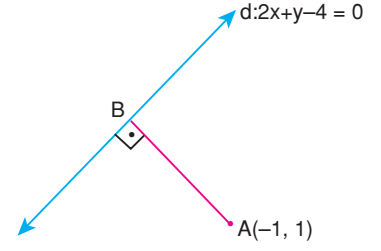
$2x + y - 4 = 0$  ve  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

ortak çözümlürse,

$2x + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - 4 = 0$  ve  $x = 1$  olur.

$2 \cdot 1 - y - 4 = 0$   $y = 2$  olur.

$B(1, 2)$  dir.

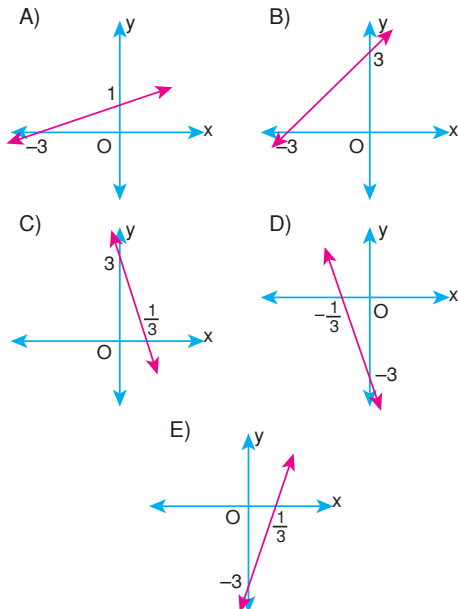


**YANIT B**

**Örnek**

$(x + 3)(y - 1) = x \cdot y$

bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



**(ÖSS Sorusu)**

**Çözüm**

Kısaca  $x = -3$  değeri yazılır.  $y = 0$

$y = 1$  değeri yazılır  $x = 0$  bulunur.

Bu noktalardan geçen doğru ise A seçeneğindedir.

Ya da

$(x + 3)(y - 1) = xy$

$\Rightarrow xy - x + 3y - 3 = xy$

$-x + 3y = 3$  (her terim 3 e bölünürse)

$\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} = 1$  elde edilir.

(dekart denklemini düşünelim.)

veya  $(x + 3)(y - 1) = xy$  açılırsa

$xy - x + 3y - 3 = xy$

$x - 3y + 3 = 0$  bulunur.

$x = 0$  için  $y = 1$  ve

$y = 0$  için  $x = -3$  bulunur.

$(-3, 0)$  ve  $(0, 1)$  den geçen doğru A seçeneğinde verilmiştir.

**YANIT A**

## Örnek

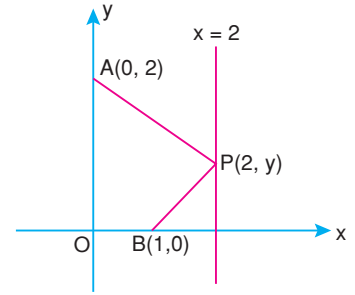
Şekildeki dik koordinat sisteminde

$x = 2$  doğrusu ile  $A(0,2)$ ,

$B(1,0)$  ve  $P(2, y)$  noktaları verilmiştir.

$|PA| + |PB|$  toplamının en küçük değeri için  $y$  kaçtır?

- A) 2                      B)  $\frac{3}{2}$                       C)  $\frac{2}{3}$   
D)  $\frac{1}{2}$                       E)  $\frac{1}{3}$



## Çözüm

$|PB| = |PB'|$  ve

A, P, B' doğrusal olacak şekilde bir B' noktası vardır.

Bu B' noktası

$B(1, 0)$  noktasının

$x = 2$  doğrusuna göre simetriğidir.

Buna göre  $A(0,2)$ ,  $P(2,y)$  ve  $B'(3,0)$  doğrusal olmalıdır.

Bunu eğimden yararlanarak çözelim

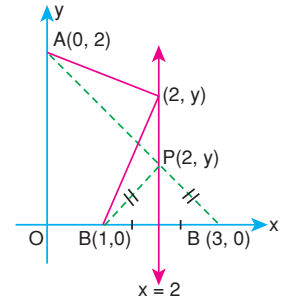
$m_{AP} = m_{AB'}$  veya  $m_{AP} = m_{PB'}$  alınabilir.

$m_{AP} = m_{AB'}$  alalım.

$$\frac{y-2}{2-0} = \frac{0-2}{3-0} \Rightarrow \frac{y-2}{2} = -\frac{2}{3}$$

$$3y - 6 = -4 \Rightarrow 3y = 2$$

$$y = \frac{2}{3}$$



YANIT C

## AÇIORTAY DENKLEMLERİ

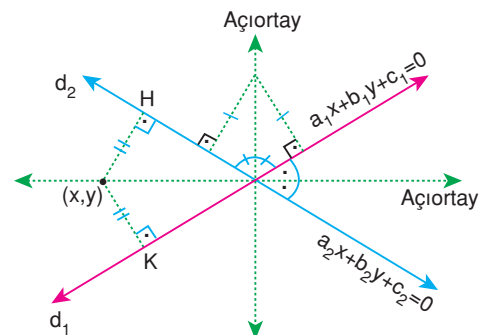
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ve  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  denklemleri ile verilen

$d_1$  ve  $d_2$  doğrularının kesişmesiyle oluşan açının açıortay

doğrularının denklemleri

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{ dir.}$$

(Noktanın doğruya olan uzaklığından)





## Örnek

$$x - 2y + 1 = 0 \text{ ve} \\ 2x - y + 3 = 0$$

doğrularına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemi nedir?

- A)  $3x - 3y + 4 = 0$       B)  $x - y + 2 = 0$   
 $x + y + 2 = 0$        $2x - 2y + 3 = 0$   
 C)  $2x - 3y - 3 = 0$       D)  $x - y - 3 = 0$   
 $x + y + 1 = 0$        $3x - 2y + 2 = 0$   
 E)  $x - 3y - 3 = 0$   
 $x + 2y - 2 = 0$

## DOĞRU DEMETİ

Denklemleri  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ve

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$  olan iki doğrunun kesim noktasından geçen doğru-

ların tümüne doğru demeti denir. Bu doğru demetinin denklemi

$k \in \mathbb{R} - \{0\}$  olmak üzere

$a_1x + b_1y + c_1 + k \cdot (a_2x + b_2y + c_2) = 0$  dir.

## Çözüm

$$\frac{|x - 2y + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$|AH| = \frac{-2y + 1}{\sqrt{5}} = + \frac{2x - y + 3}{\sqrt{5}}$$

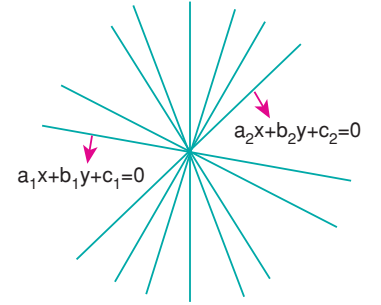
$$x - 2y + 1 = 2x - y + 3$$

$$x + y + 2 = 0 \text{ veya}$$

$$x - 2y + 1 = -2x + y - 3$$

$$3x - 3y + 4 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT A



## Örnek

$m \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$(m + 1)x + (m - 1)y - 7m - 1 = 0$$

doğrularının kesim noktasından geçen ve  $y = -x$  doğrusuna paralel olan doğru denklemi nedir?

## Çözüm

$x$  ve  $y$ 'nin katsayılarını sıfır yaparak çözüme daha çabuk ulaşabilirim.

$$m = -1 \text{ için } (-1 + 1)x + (-1 - 1)y - 7 \cdot (-1) - 1 = 0$$

$$-2y + 6 = 0$$

$$y = 3 \text{ olur.}$$

$$m = 1 \text{ için } (1 + 1)x + (1 - 1)y - 7 \cdot 1 - 1 = 0$$

$$2x - 8 = 0$$

$$x = 4 \text{ olur.}$$

Doğruların geçtiği sabit nokta  $P(4, 3)$  olur.

$y = -x$  doğrusuna paralel olan doğruların genel denklemi  $y = -x + k$  dir.  $P(4, 3)$  den geçen doğru  $P(4, 3)$  noktasını sağlar.

$$3 = -4 + k \text{ ve } k = 7 \text{ bulunur.}$$

doğru denklemide  $y = -x + 7$  olur.

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1.  $A(-2, 4)$  noktasının  $B(4, 5)$  noktasına göre simetriği  $C(m,n)$  ise,  
 **$m + n$  kaçtır?**

A) 4      B) 8      C) 12      D) 14      E) 16

2.  $A(-1, -\sqrt{13})$  ve  $B(2, 2\sqrt{13})$  noktaları ABC eşkenar üçgeninin köşeleri ise,  
 **$A(ABC)$  kaç  $br^2$ 'dir?**

A)  $7\sqrt{3}$       B)  $14\sqrt{3}$       C)  $21\sqrt{3}$   
D)  $\frac{63\sqrt{3}}{2}$       E)  $63\sqrt{3}$

3. **Analitik düzlemde**

$$x - y + 5 = 0 \text{ ve}$$

$$y = \sqrt{3}x + 2$$

**doğrularının oluşturduğu dar açı kaç derecedir?**

A) 15      B) 30      C) 45      D) 60      E) 75

4.  $y + x + 12 = 0$  ve  
 $\sqrt{3}y = 3x + 7$

**doğruları arasındaki geniş açının ölçüsü kaç derecedir?**

A) 165      B) 150      C) 135      D) 120      E) 105

5.  $y = 2x + 1$  ve  
 $3x + y - 5 = 0$

**doğruları arasındaki dar açı kaç derecedir?**

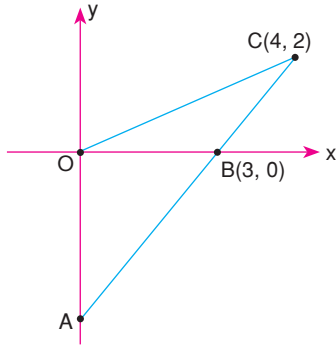
A) 15      B) 30      C) 45      D) 60      E) 75

6.  $mx + (m - 2)y - m + 2 = 0$  doğrularının kesim noktasından geçen ve  $2x + y = 4$  doğrusuna dik olan **doğrunun denklemi nedir?**

A)  $y = \frac{x}{3} + 1$       B)  $y = \frac{x}{2} + 1$       C)  $y = x + \frac{1}{2}$

D)  $y = x + \frac{1}{3}$       E)  $y = x + \frac{1}{4}$

7.



Şekildeki dik koordinat düzleminde B(3, 0) ve C(4, 2) noktaları veriliyor.

Buna göre, A(AOC) kaç br<sup>2</sup>'dir?

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 12      E) 16

8.  $2x + 3y + k = 0$  doğrusu  $(m - 2)x + my - 6 = 0$  doğrusunun bir elemanı ise, k kaçtır?

- A) -6      B) -4      C) -3      D) -2      E) 2

9.  $(m - 1)x + (n + 2)y + 1 = 0$  ve  $mx + 4ny + 2 = 0$  doğruları çakışık ise, m + n toplamı kaçtır?

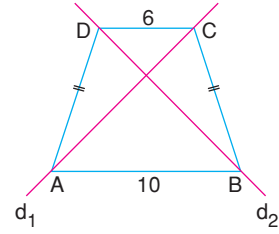
- A) -2      B) -1      C) 0      D) 2      E) 4

10. A(2, -4) ve B(6, 10)

noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A)  $2x + 7y - 20 = 0$       B)  $2x - 7y - 10 = 0$   
C)  $7x - 2y + 10 = 0$       D)  $7x + 2y - 20 = 0$   
E)  $7x + 2y + 10 = 0$

11.



Şekilde ABCD ikizkenar yamuk,  $|AD| = |BC|$ , köşegenleri taşıyan doğrular

$$d_1: 2x - 3y - m = 0 \text{ ve}$$

$$d_2: 3x + 2y - n = 0 \text{ dur.}$$

$|AB| = 10$  br ve  $|CD| = 6$  br ise A(ABCD) kaç br<sup>2</sup>'dir?

- A) 60      B) 64      C) 72      D) 78      E) 96

12.  $3x - 4y + 24 = 0$  ve  $6x + 8y - 28 = 0$

doğruları arasına yerleştirilen en büyük dairenin alanı kaç br<sup>2</sup>'dir?

- A)  $\frac{\pi}{3}$       B)  $\frac{\pi}{2}$       C)  $\pi$       D)  $\frac{3\pi}{2}$       E)  $2\pi$

ÇÖZÜMLER - 1

1.  $A(-2, 4)$   $B(4, 5)$   $C(m, n)$

B orta nokta olduğundan

$$4 = \frac{-2 + m}{2} \quad 10 = m \text{ ve}$$

$$5 = \frac{4 + n}{2}, \quad n = 6 \text{ ve}$$

$$m + n = 10 + 6 = 16 \text{ olur.}$$

**YANIT E**

2.  $|AB| = a$  olsun.

ABC eşkenar üçgen ise

$$A(ABC) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$|AB| = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (2\sqrt{13} - (-\sqrt{13}))^2}$$

$$= 3\sqrt{14} \text{ br olur.}$$

$$A(ABC) = \frac{(3\sqrt{14})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{63\sqrt{3}}{2} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

**YANIT D**

3. Doğruların grafiğini çizersek oluşan

ABC üçgeninde

$$m(\widehat{ABO}) = \theta,$$

$$m(\widehat{ACO}) = \beta \text{ ve}$$

doğrular arasındaki açı  $m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olsun  $d_1: x - y + 5 = 0$  ise

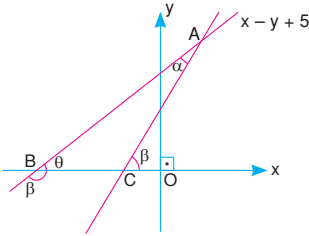
$$m_1 = 1 \text{ ve } \tan \theta = 1 \text{ den } \theta = 45^\circ \text{ bulunur.}$$

$$d_2: y = \sqrt{3}x + 2 \text{ ise}$$

$$m_2 = \sqrt{3} \text{ ve } \tan \beta = \sqrt{3} \text{ ve } \beta = 60^\circ \text{ dir.}$$

$$ABC \text{ üçgeninde } \beta = \theta + \alpha \text{ ve } \alpha = \beta - \theta \text{ dan}$$

$$\alpha = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ \text{ bulunur.}$$



**YANIT A**

4.  $d_1: y = -x - 12$  ise

$$m_1 = -1 \quad \tan \theta_1 = -1 \text{ ise}$$

$$\theta_1 = 135^\circ,$$

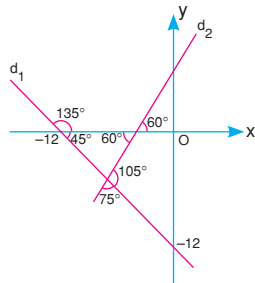
$$d_2: y = \sqrt{3}x + \frac{7}{\sqrt{3}} \text{ ise}$$

$$m_2 = \sqrt{3} \text{ ve } \tan \theta_2 = \sqrt{3} \text{ ise}$$

$$\theta_2 = 60^\circ \text{ olur.}$$

$$\text{Oluşan dar açı} = 135^\circ - 60^\circ = 75^\circ$$

$$\text{geniş açı} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ \text{ bulunur.}$$



**YANIT E**

5.  $y = 2x + 1$  doğrusunun eğimi

$$m_1 = 2$$

$$3x + y - 5 = 0 \text{ doğrusunun eğimi}$$

$$m_2 = -3 \text{ bulunur.}$$

2 ve -3'ün tanjant değerlerini bilemeyiz bu yüzden, iki doğru arasındaki açı

$$\tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \text{ den}$$

$$\tan \alpha = \frac{2 - (-3)}{1 + 2(-3)} \text{ den}$$

$$\tan \alpha = \frac{5}{-5} = -1 \text{ olur.}$$

$$\alpha = 135^\circ \text{ veya } \alpha = 45^\circ \text{ bulunur.}$$

**YANIT C**

6. Önce m yerine katsayıları 0 yapacak şekilde değerler verip bu doğruların geçtiği sabit noktayı bulalım.

$$m = 0 \text{ için } -2 + 2 = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$m = 2 \text{ için } 2x - 2 + 2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ olur.}$$

$$y = -2x + 4, \quad m_1 = -2$$

$$A(0, 1) \text{ den geçen } d$$

doğrusunun eğimi m

ise

$$m_d \cdot (-2) = -1 \text{ (diklik koşulu)}$$

$$m_d = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

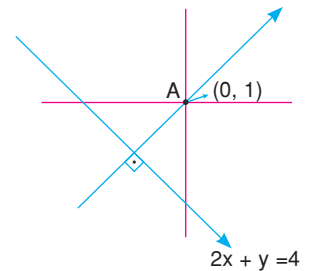
$$\text{Eğimi } \frac{1}{2} \text{ olan doğru denklemi } y = \frac{1}{2}x + k \text{ dir.}$$

Bu doğru  $A(0, 1)$  den geçiyorsa denklemi sağlar.

$$1 = \frac{1}{2} \cdot 0 + k$$

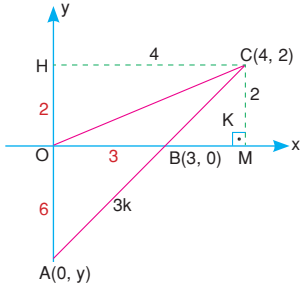
$$1 = k \text{ olur.}$$

$$\text{Denklem } y = \frac{1}{2}x + 1 \text{ olur.}$$



**YANIT B**

7.



A(0, y) olsun.

[CH] ⊥ Oy ve [CM] ⊥ Ox çizilirse

|CH| = 4 br ve |CM| = |OH| = 2 br olur.

AOB ~ AHC olduğundan

$$\frac{|AO|}{|AH|} = \frac{|OB|}{|CH|}$$

$$\frac{y}{y+2} = \frac{3}{4} \text{ ve } y = 6 \text{ br olur.}$$

$$|OA| = 6 \text{ br ve } A(AOC) = \frac{|AO| \cdot |CH|}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT D

8.  $2x + 3y + k = 0$  doğrusu  $(m - 2)x + my - 6 = 0$  doğru demetinin bir elemanı ise doğru demetinin geçtiği sabit noktadan geçer ve bu sabit nokta doğru denklemini sağlar.

$m = 2$  için

$$(2 - 2)x + 2y - 6 = 0 \text{ ve } y = 3 \text{ olur.}$$

$m = 0$  için

$$(0 - 2)x + 0y - 6 = 0$$

$$-2x - 6 = 0 \text{ } x = -3 \text{ olur.}$$

Sabit nokta  $(-3, 3)$  dür.

$2x + 3y + k = 0$  denklemini sağlar.

$$2(-3) + 3 \cdot 3 + k = 0$$

$$k = -3 \text{ bulunur.}$$

( $m$  ye verilen 2 ve 0 keyfi iki değerdir. Başka iki değerde verilebilir.)

YANIT C

9.  $\frac{m-1}{m} = \frac{n+2}{4n} = \frac{1}{2}$

$$\frac{m-1}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m - 2 = m$$

$m = 2$  olur.

$$\frac{n+2}{4n} = \frac{1}{2} \text{ ve } 2n + 4 = 4n \text{ den}$$

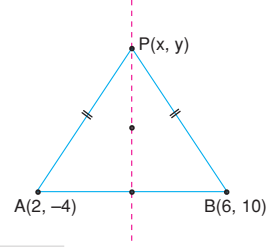
$n = 2$  olur.

$m + n = 4$  bulunur.

YANIT E

10. Bu özelliği gösteren noktalardan biri  $P(x, y)$  olsun

$|PA| = |PB|$  uygulanırsa,



$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (y-10)^2}$$

$$x^2 - 4x + 4y^2 + 8y + 16 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 20y + 100$$

$$8x + 28y - 116 = 0 \text{ sadeleştirilirse}$$

$$2x + 7y - 20 = 0 \text{ bulunur.}$$

(Bu soru [AB] doğru parçasının orta dikme denklemi yazılarak ta bulunabilir.)

YANIT A

11. Doğrulara dikkat edecek olursak eğimleri

$$m_{d_1} = \frac{2}{3} \quad m_{d_2} = -\frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$m_{d_1} \cdot m_{d_2} = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \text{ dir.}$$

yani doğrular diktir.

Dolayısı ile köşegenler de diktir.

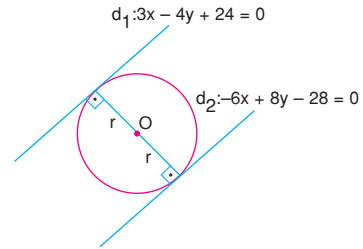
Köşegenleri dik kesişen ikiz kenar yamuğun alanı

$$A(ABCD) = h^2 = \left(\frac{a+c}{2}\right)^2 \text{ idi}$$

$$O \text{ halde } A(ABCD) = \left(\frac{10+6}{2}\right)^2 = 64 \text{ br}^2$$

YANIT B

12.



$d_2$  düzenlenirse  $3x - 4y + 14 = 0$  bulunur.

$d_1 \parallel d_2$  olduğundan her iki doğruya teğet çember şekildedeki gibidir.

Çap uzunluğu iki doğru arasındaki uzaklıktır:

$$2r = \frac{|24-14|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \Rightarrow 2r = \frac{10}{5} \text{ ve } r = 1 \text{ olur.}$$

dairenin alanı  $\pi r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ br}^2$  bulunur.

YANIT C

## KONU TESTİ - 1

1.  $P(-2x - 7, 8 - 4x)$  noktası analitik düzlemde II. bölgede ise

**x in kaç tamsayı değeri vardır?**

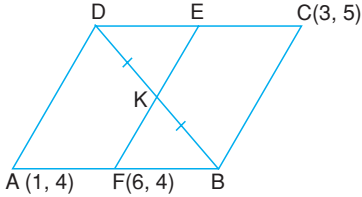
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $A(3m - 2n, 2m + n - 7)$  noktası analitik düzlemde dördüncü bölgede ise

**$n \in \mathbb{Z}$  nin en büyük değeri kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3.



Şekilde ABCD paralelkenar,

$IDKI = IBKI$ ,  $A(1, 4)$ ,  $C(3, 5)$  ve  $F(6, 4)$  ise

**E noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

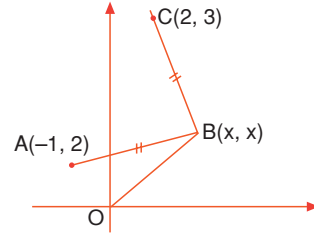
4.  $A(0, -3)$  ve  $B(-2, 1)$  veriliyor.

$[AB]$  nin ortak noktası ile

**$C(2, 3)$  arasındaki uzaklık kaç br dir?**

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5.



Şekildeki koordinat düzleminde  $A(-1, 2)$ ,

$B(x, x)$ ,  $C(2, 3)$  ve  $|AB| = |BC|$  ise

**$|OB|$  kaç br dir?**

- A) 1 B)  $\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{3}$  D) 2 E)  $\sqrt{5}$

6.  $A(5, m)$ ,  $B(2, 3)$  ve  $|AB| = 5$  br ise

**$m \in \mathbb{Z}$  - kaçtır?**

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -2 E) -1

7.



Şekilde  $A(m, 2)$ ,  $B(8, n)$ ,  $C(12, 5)$  ve

$2|AC| = 3|BC|$  ise

**$m + n$  kaçtır?**

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

8. A(1, -3) B(3, 7) C(x, y)

Şekildeki A, B, C doğrusal noktalar için,  
2|AB| = |BC| ise

**C nin koordinat toplamı kaçtır?**

- A) 34 B) 32 C) 30 D) 28 E) 26

9. A(-3, 1)  
B(5, 3) C(2, 5)

Şekildeki ABC üçgeninde

A(-3, 1), B(5, 3), C(2, 5) ve |AD| = |DC| ise

**$\vec{ICDI}$  kaç br dir?**

- A) 3 B)  $\sqrt{10}$  C) 2 D)  $\sqrt{13}$  E) 4

10. A(2m + 3, -4), B(1, 4) ve C(3m + 1, -2) noktaları aynı doğru üzerinde ise

**m kaçtır?**

- A) 1 B)  $\frac{3}{2}$  C) 2 D)  $\frac{5}{2}$  E) 3

11. Analitik düzlemde A(3, -1), B(m, -4) ve C(4, 2) noktaları doğrusal üç nokta ise

**m kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. A(-3, 4), B(-1, m), C(1, 2) ve  
A(ABC) = 10 br<sup>2</sup> ise

**m aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

13. A(1, -3), B(7, -15) ve  $\vec{AB} = 3 \vec{BC}$  ise

**C nin koordinatları toplamı en çok kaçtır?**

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

14. A(k + 1, 2p + 4), B(4, 6), C(5, 4) ve A, B, C noktaları doğrusal olup B noktası [AC] nin orta noktası ise

**p . k kaçtır?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. A(6, k), B(2, -1) ve C(3, 1) noktaları doğrusal ise

**k kaçtır?**

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. A(5, -2), B(2, 3) ve Ox ekseninde bir C noktası için |AC| + |BC| = |AC| ise

**C nin apsisi kaçtır?**

- A)  $\frac{19}{5}$  B)  $\frac{18}{5}$  C)  $\frac{17}{5}$  D)  $\frac{16}{5}$  E) 3

1.  $A(1, 2)$ ,  $B(3, 5)$ ,  $C(a, 4)$  noktaları doğrusal ise  $a$  kaçtır?
- A)  $\frac{2}{3}$  B) 1 C)  $\frac{4}{3}$  D)  $\frac{5}{3}$  E)  $\frac{7}{3}$
2.  $A(-1, 2)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(-2, 1)$  ve  $D(a, 2)$  noktaları veriliyor.  $[AB] \parallel [CD]$  ise  $a$  kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3
3.  $A(2, a)$ ,  $B(1, b)$  noktalarından geçen  $[AB]$  doğrusu  $2x + y - 4 = 0$  doğrusuna paralel ise  $a$  ile  $b$  arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $a + b + 2 = 0$  B)  $a - b + 2 = 0$   
 C)  $a - b - 2 = 0$  D)  $a + b - 2 = 0$   
 E)  $a + b + 1 = 0$
4.  $2mx + 4y - 5 = 0$   
 $4x + y + 1 = 0$  doğruları dik kesiştiklerine göre  $m$  kaçtır?
- A)  $-\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{4}{3}$  D)  $\frac{5}{3}$  E)  $\frac{7}{3}$
5. Köşelerinin koordinatları  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(4, -1)$  olan üçgenin  $[AC]$  kenarına ait kenarortayının denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $y - 2 = 0$  B)  $y - 1 = 0$  C)  $x - 2 = 0$   
 D)  $x - 1 = 0$  E)  $x + y - 1 = 0$

6. Analitik düzlemde  $(-1, 2)$  noktasından geçen ve koordinat eksenlerinde eşit parçalar ayıran doğrulardan birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + y + 3 = 0$  B)  $2x + y + 4 = 0$   
 C)  $2x + 3y + 11 = 0$  D)  $x + y - 1 = 0$   
 E)  $-x + y + 2 = 0$

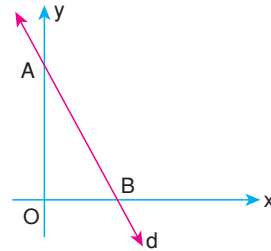
7.  $2x + 3y - 8 = 0$  ve  $y = x + 1$  doğruları ile  $x$  ekseninde kalan üçgen bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 2 B)  $\frac{5}{2}$  C) 3 D)  $\frac{7}{2}$  E) 5

8.  $(m - 1)x + (n + 2)y + 1 = 0$  ve  $mx + 4ny + 2 = 0$  doğruları çakışık iseler  $m + n$  kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

9.



Şekildeki  $d$  doğrusunun denklemi

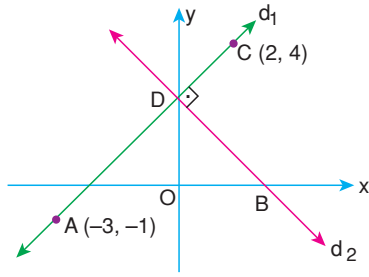
$$\frac{x}{8} + \frac{y}{16} = 1 \text{ ise}$$

$[AB]$  nın orta noktasının orijine uzaklığı kaç  $br$  dir?

- A) 4 B)  $4\sqrt{5}$  C) 6 D)  $6\sqrt{5}$  E) 8



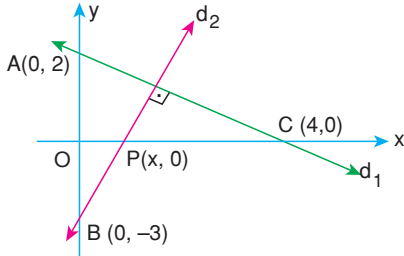
10.



Şekildeki dik koordinat düzleminde  $d_1 \perp d_2$ ,  $A(-3, -1)$  ve  $C(2, 4)$  ise  $d_2$  doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + y = -2$                       B)  $x + y = 2$   
 C)  $x - y = 2$                         D)  $x - y = -2$   
 E)  $x + y = 3$

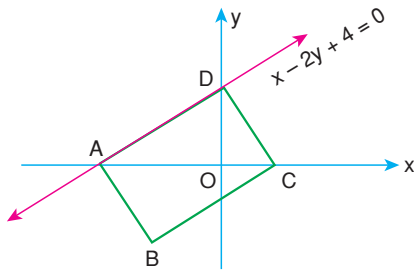
11.



$A(0, 2)$ ,  $B(0, -3)$ ,  $C(4, 0)$  ve  $d_1 \perp d_2$  ise  $P(x, 0)$  noktasının apsisi kaçtır?

- A) 1                      B)  $\frac{3}{2}$                       C) 2                      D)  $\frac{5}{2}$                       E) 3

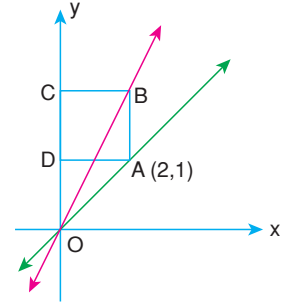
12.



Şekildeki dik koordinat sisteminde ABCD dikdörtgeninin [AD] kenarı  $x - 2y + 4 = 0$  doğrusu üzerinde ise  $A(ABCD)$  kaç  $br^2$  dir?

- A) 18                      B) 16                      C) 12                      D) 10                      E) 8

13.



Şekildeki dik koordinat düzleminde ABCD kare ve  $A(2, 1)$  ise  $\widehat{BOA}$  kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{3}{4}$                       C)  $\frac{4}{7}$                       D)  $\frac{3}{7}$                       E)  $\frac{1}{6}$

14. Analitik düzlemdeki  $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ ,  $y = -\sqrt{3}x$  doğruları ve x ekseninde kalan üçgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$                       B)  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$                       C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
 D)  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$                       E) 1

15. Analitik düzlemdeki  $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$  doğrusunun eksenleri kestiği noktalar A ve B dir.

$2x - ay + 4 = 0$  doğrusu [AB] nın orta noktasından geçiyor ise a kaçtır?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

1.  $y = 2mx + 1$   
 $y = x + 2$

doğrularının III. bölgede kesişmeleri için  $m$  aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?

- A)  $m < \frac{1}{2}$  B)  $-\frac{1}{4} < m < -1$  C)  $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$   
D)  $\frac{1}{3} < m < 2$  E)  $1 < m < 2$

2.  $2x + 3y - 6 = 0$  ve  
 $x + my + 2 = 0$  doğruları

Oy ekseninde kesiştiklerine göre  $m \in \mathbb{R}$  sayısı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

3.  $2x + 3y - 8 = 0$  doğrusu üzerinde  
A(2, -3) noktasına en yakın olan noktanın koordinatları nedir?

- A) (-1, 1) B) (-2, 3) C) (1, 2)  
D) (4, 0) E) (-2, 4)

4.  $x - 3y + 1 = 0$ ,  $3x + y - 4 = 0$   
doğruları arasındaki açılardan açılırtay denklemlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x - 4y - 3 = 0$  B)  $4x - 2y + 5 = 0$   
C)  $2x + 4y + 5 = 0$  D)  $4x + 2y + 3 = 0$   
E)  $4x - 2y - 3 = 0$

5. A (k, -3) noktasının  $3x - 4y - 3 = 0$  doğrusuna göre simetriği B noktasıdır.

$|AB| = 6$  br ise

k'nin değerlerinden biri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

6. K (2, -1) noktasının  $2x + 3y - m = 0$  doğrusuna uzaklığı 2 br ise

m in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

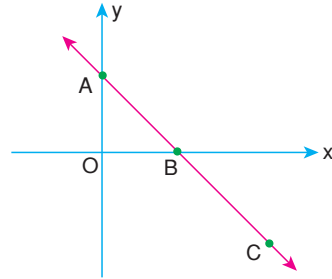
- A) 53 B) 52 C) 51 D) -51 E) -53

7.  $3x + 4y - 10 = 0$   
 $6x + 8y + k = 0$

doğruları arasındaki uzaklık 3 br ise k kaç olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

8.



Grafikteki AB doğrusunun denklemi

$3x + 2y - 12 = 0$  dir.

$|BC| = 2|AB|$

olduğuna göre C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) 0 D) 12 E) 24

9.  $A(2, -4)$  ve  $B(6, 10)$  noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x + 7y - 29 = 0$       B)  $7x + 2y + 22 = 0$   
 C)  $2x + 7y - 22 = 0$       D)  $7x + 2y - 22 = 0$   
 E)  $7x - 2y + 29 = 0$

10.  $P(2, -1)$  noktasının  $3x + 2y + k = 1$  doğrusuna göre simetriği  $Q(-4, t + 1)$  noktasıdır.  $k + t$  kaçtır?

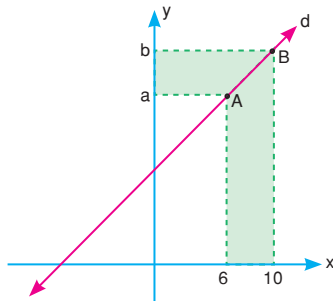
- A) -4      B) -2      C) 2      D) 4      E) 6

11.  $2x + 3y + 13 = 0$   
 $3x + 2y + 17 = 0$

doğrularının kesim noktasından ve  $(2, 1)$  noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $5x + 5y - 15 = 0$       B)  $x + y - 3 = 0$   
 C)  $x - y - 1 = 0$       D)  $2x + 7y - 11 = 0$   
 E)  $7y - 2x - 3 = 0$

- 12.

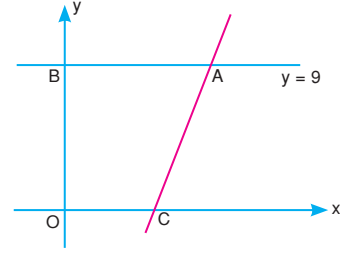


Dik koordinat sisteminde  $A(6, a)$ ,  $B(10, b)$  noktaları  $d$  doğrusu üzerinde ve  $d$  doğrusunun denklemi  $2y - x - 13 = 0$  dir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$ 'dir?

- A) 54      B) 56      C) 58      D) 60      E) 64

- 13.



Analitik düzlemde  $y = 9$  ve  $AC$  doğrularının grafiği gösterilmiştir.

$2|OB| = 3|AB|$  olduğuna göre,

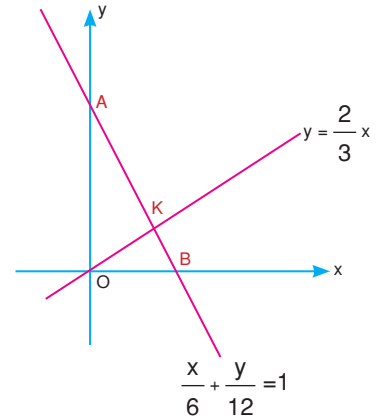
**A** noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(12, 9)$       B)  $(9, 12)$       C)  $(6, 9)$   
 D)  $(9, 6)$       E)  $(9, 6)$

14. Birbirine paralel iki doğrunun eğimleri çarpımı  $\frac{1}{9}$  dur. Bu doğrulardan biri  $x$  eksenini apsisi 6 olan noktada kestiğine göre,  $y$  eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(0, 2)$       B)  $(0, 12)$       C)  $(0, 18)$   
 D)  $(0, 9)$       E)  $(0, 54)$

- 15.



Şekilde  $y = \frac{2}{3}x$  ve  $\frac{x}{6} + \frac{y}{12} = 1$  doğruları  $K$  noktasında kesiştiklerine göre

$\frac{A(AOK)}{A(KOB)}$  oranı kaçtır?

- A) 3      B)  $\frac{5}{2}$       C) 2      D)  $\frac{7}{3}$       E)  $\frac{8}{5}$

1.  $y = -\frac{3x}{5} + k$

doğrusuna paralel ve  $A(1, -1)$  noktasından geçen doğru denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3x + 5y + 2 = 0$       B)  $3x - 5y + 2 = 0$   
 C)  $3x - 5y - 2 = 0$       D)  $5x - 3y + 2 = 0$   
 E)  $5x + 3y - 2 = 0$

2.  $y = \frac{2}{3}x - 1$

doğrusuna dik olan ve  $A(2, 3)$  noktasından geçen doğru denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3x + 2y + 2 = 0$       B)  $3x + 2y - 12 = 0$   
 C)  $3x - 5y - 2 = 0$       D)  $3x - 2y + 12 = 0$   
 E)  $3x + 2y + 6 = 0$

3.  $y = x$  doğrusu üzerinde  $A(-3, 4)$  ve  $B(2, -3)$  noktalarına eşit uzaklıktaki noktanın orijine uzaklığı kaç br'dir?

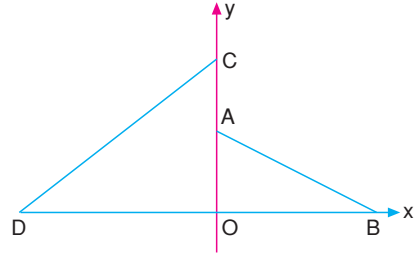
- A)  $2\sqrt{3}$       B)  $3\sqrt{2}$       C)  $3\sqrt{3}$   
 D)  $4\sqrt{2}$       E) 6

4.  $A(3, 2)$  ve  $B(-3, a)$  noktalarının  $x + 3y - 4 = 0$  doğrusuna olan uzaklıkları eşittir.

**A ve B noktaları doğrunun farklı taraflarında ise a kaçtır?**

- A) 4      B)  $\frac{7}{2}$       C)  $\frac{7}{3}$       D) 3      E)  $\frac{2}{3}$

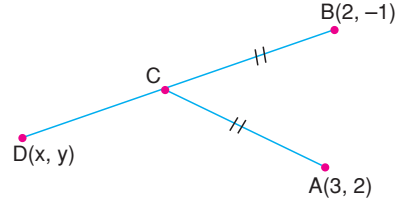
5.



Şekildeki dik koordinat sisteminde  $x + 2y = 4$  doğrusunun eksenleri kestiği noktalar A ve B,  $3y = 2x + 12$  doğrusunun eksenleri kestiği noktalar C ve D ise **AOB ve COD üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri arasındaki uzaklık kaç br dir?**

- A)  $\sqrt{23}$       B)  $2\sqrt{6}$       C) 5  
 D)  $\sqrt{26}$       E)  $3\sqrt{3}$

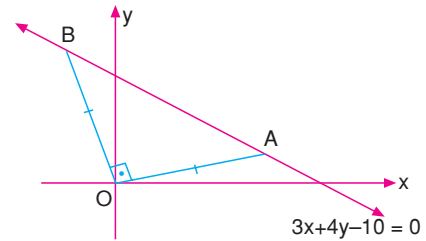
6.



Şekilde  $A(3, 2)$ ,  $B(2, -1)$  noktaları verilmiştir. **B noktasının C noktasına göre simetriği D noktası ve  $|AC| = |BC|$  ise D noktalarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $y = -3x - 3$       B)  $y = -3x + 3$       C)  $y = x + 3$   
 D)  $3y = -x + 9$       E)  $3y = x + 3$

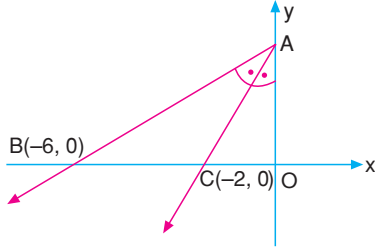
7.



Şekildeki dik koordinat düzleminde  $[OB] \perp [OA]$ ,  $|OB| = |OA|$  ve AB doğrusunun denklemi  $3x + 4y - 10 = 0$  ise, **A(AOB) kaç br<sup>2</sup>'dir?**

- A)  $2\sqrt{3}$       B) 4      C)  $3\sqrt{2}$       D)  $2\sqrt{6}$       E) 6

8.



Şekildeki analitik düzlemde [AC açıortay,

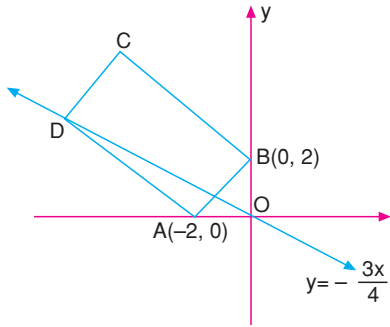
$B(-6, 0)$  ve

$C(-2, 0)$  ise

**AC nin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $3x - y + 1 = 0$       B)  $2x - 3y + 2\sqrt{3} = 0$   
 C)  $\sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3} = 0$       D)  $x + \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$   
 E)  $\sqrt{3}x - y + 2\sqrt{3} = 0$

9.



Şekildeki dik koordinat sisteminde ABCD dikdörtgeninin D köşesinden geçen  $y = -\frac{3x}{4}$  doğrusu verilmiştir.

**$A(-2, 0)$  ve  $B(0, 2)$  ise D noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?**

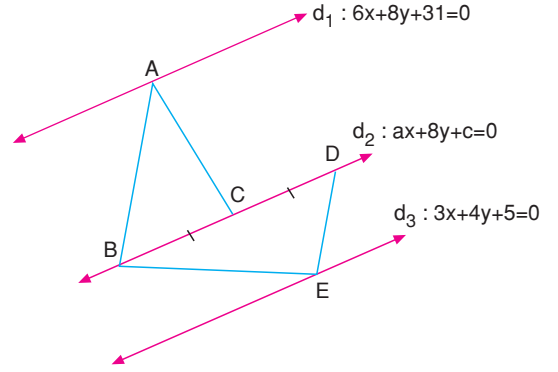
- A) -48      B) -36      C) -24      D) -12      E) -10

10.  $x + y = 4$

doğrusu üzerindeki bir A noktası ile  $B(2, 1)$  ve  $C(1, 2)$  noktalarının oluşturduğu üçgeninin alanı kaç  $br^2$ 'dir?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\sqrt{2}$       E)  $2\sqrt{2}$

11.



Şekilde denklemleri verilen  $d_1, d_2, d_3$  doğruları için  $d_1 \parallel d_3$  dir.  $|BC| = |DE|$  ve  $A(ABC) = A(BDE)$  ise

**$a + c$  kaçtır?**

- A) 11      B) 17      C) 21      D) 23      E) 29

12.  $y = x$  doğrusu üzerindeki A noktasının  $y = 3x$  doğrusu üzerindeki dik izdüşümü B noktası ve O noktası orijin ise  $\frac{|OB|}{|OA|}$  kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       C)  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$       D)  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$       E)  $\sqrt{5}$

13.  $x + y - 4 = 0$  ve  $x - y + 5 = 0$

doğrularına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yer denklemleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $x = -1$       B)  $3x + y = 6$       C)  $y = 9$   
 D)  $2x + 1 = 0$       E)  $2y + 9 = 0$

1.  $A(m^3, n^5)$  noktası analitik düzlemin üçüncü bölgesinde ise  $B(4m^4n^3, \frac{n^4}{m^3})$  noktası için

aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Ox eksenini üzerindedir  
B) I. bölgededir  
C) II. bölgededir  
D) III. bölgededir  
E) IV. bölgededir

2.  $A(x^2 - 9, 5 - |x - 3|)$  noktası analitik düzlemin II. bölgesinde ise  $x$  in alabileceği kaç tamsayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

3. Eksenlere eşit uzaklıkta olan  $A(x - 1, x + 2)$  noktasının  $B(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  noktasına uzaklığı kaç br dir?

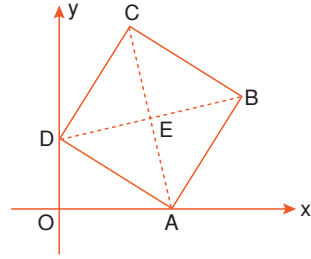
- A) 1 B)  $\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{3}$  D) 2 E)  $2\sqrt{2}$

4. ABC üçgeninde  $B(0, 2)$  ve ağırlık merkezinin koordinatı  $G(8, -6)$  ise

AC kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç br dir?

- A)  $6\sqrt{2}$  B)  $8\sqrt{2}$  C)  $10\sqrt{2}$   
D)  $12\sqrt{2}$  E)  $15\sqrt{2}$

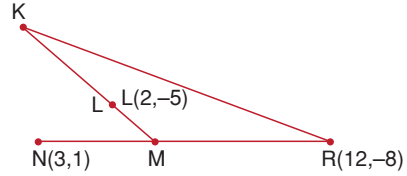
5.



Şekildeki dik koordinat düzleminde  $A(3, 0)$ ,  $D(0, 2)$ , ABCD kare ve  $[AC]$ ,  $[DB]$  köşegen ise E noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6.

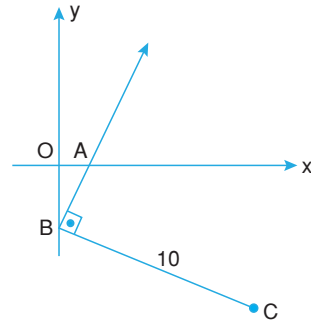


Şekilde K, L, M ve N, M, R noktaları doğrusal,  $|KL| = 3|LM|$ ,  $5|NM| = 4|MR|$ ,  $L(2, -5)$ ,  $N(3, 1)$  ve  $R(12, -8)$  ise

$A(KMR)$  kaç br<sup>2</sup> dir?

- A) 60 B) 68 C) 70 D) 72 E) 76

7.



Şekildeki dik koordinat sisteminde  $A(3, 0)$  ve  $B(0, -4)$  noktaları verilmiştir.

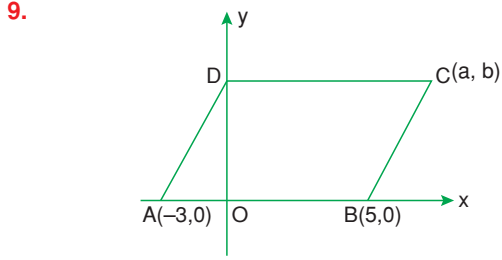
$[AB] \perp [BC]$  ve  $|BC| = 10$  br ise

C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

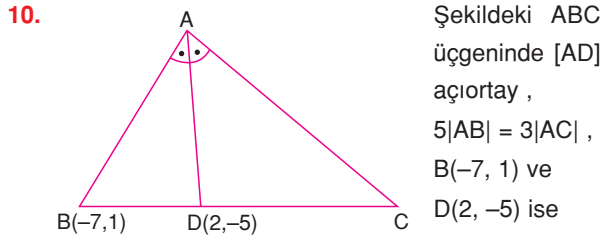
8. A, B, C noktaları doğrusal olmak üzere  $A(a, -2)$ ,  $B(b, 4)$ ,  $2|AC| = 5|BC|$  ve  $C \notin [AB]$  ise **C noktasının ordinatı kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 11



Şekildeki ABCD paralelkenarında  $A(-3, 0)$ ,  $B(5, 0)$ ,  $C(a, b)$  ve  $\mathcal{C}(ABCD) = 26$  br ise **a . b kaçtır?**

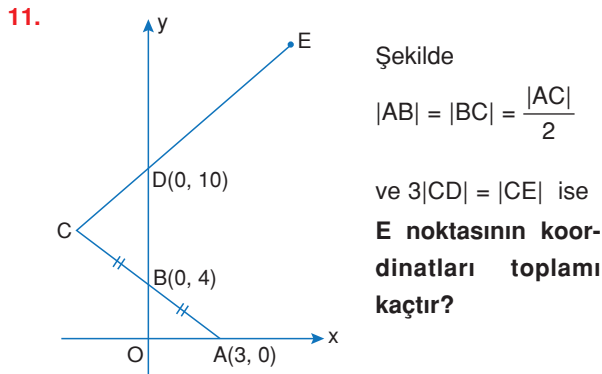
A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 42



Şekildeki ABC üçgeninde [AD] açıortay,  $5|AB| = 3|AC|$ ,  $B(-7, 1)$  ve  $D(2, -5)$  ise

**C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

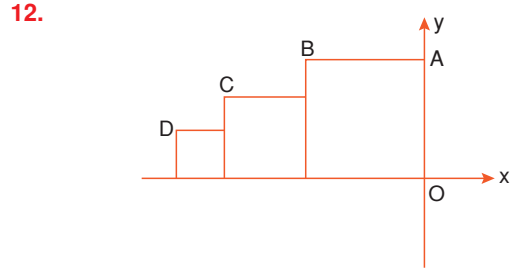


Şekilde  $|AB| = |BC| = \frac{|AC|}{2}$

ve  $3|CD| = |CE|$  ise

**E noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**

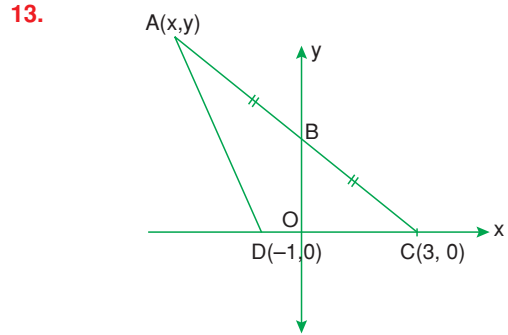
A) 18 B) 20 C) 22 D) 23 E) 24



Analitik düzlemde  $A(0, 8)$ ,  $D(-16, 2)$  olmak üzere şekildeki gibi üç kare çizilmiştir.

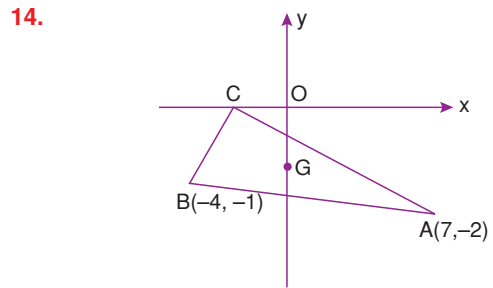
**Buna göre C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**

A) -14 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4



Şekildeki dik koordinat sisteminde  $|AB| = |BC|$  ve  $C(3, 0)$ ,  $D(-1, 0)$ ,  $A(x, y)$  noktalarının oluşturduğu ADC üçgeninin alanı  $12 \text{ br}^2$  ise **x + y kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5



Şekildeki dik koordinat sisteminde  $A(7, -2)$ ,  $B(-4, -1)$  dir. ABC üçgeninin C köşesi Ox ekseninde, G ağırlık merkezi Oy ekseninde ise

**C noktasının apsisi ile G noktasının ordinatının toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 3 C) -1 D) -3 E) -4

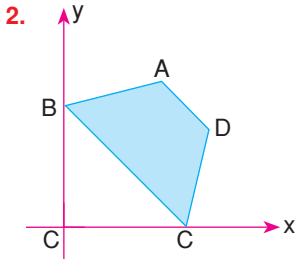
KONU TESTİ - 6 (ÇIKMIŞ SORULAR)

1. Dik koordinat düzleminde verilen bir karenin iki köşesi ve bu köşeleri birleştiren kenar, x eksenini üzerindedir.

Bu karenin diğer iki köşesinin orijine olan uzaklıkları eşit ve 5 birim olduğuna göre, alanı kaç birim karedir?

- A) 16 B) 20 C) 25 D) 30 E) 36

2013 - LYS



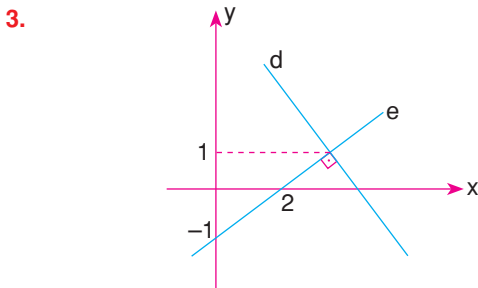
ABCD bir yamuk

- A(4, 8)  
B(0, 6)  
C(6, 0)  
D(8, 4)

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanı kaç birim karedir?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

2013 - LYS



Şekildeki dik koordinat düzleminde verilen d ve e doğruları birbirine diktir.

Buna göre, d doğrusunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

- A)  $\frac{9}{2}$  B)  $\frac{11}{2}$  C)  $\frac{13}{3}$  D)  $\frac{14}{3}$  E)  $\frac{25}{6}$

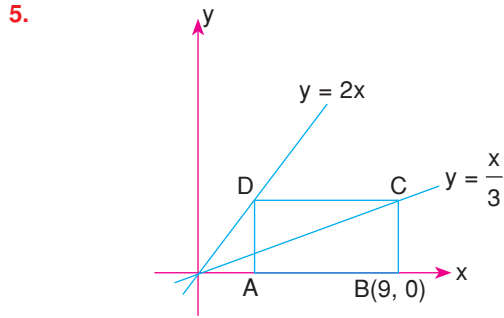
2013 - LYS

4. • Dik koordinat düzleminde,  $d_1: y = x$  ve  $d_2: y = -2x + 6$  ve doğruları çiziliyor.  
• Bu iki doğrunun K kesim noktası belirleniyor.  
• Orijin noktası O olmak üzere, bir köşegeni [OK] olan kare oluşturuluyor.  
• A ve B noktası üzerinde olmak üzere, bir AOB üçgeni çiziliyor.

Çizilen bu üçgenin alanı, karenin alanına eşit olduğuna göre, |AB| uzunluğu kaç birimdir?

- A)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$  B)  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$  C)  $\frac{5\sqrt{5}}{3}$   
D)  $\frac{3\sqrt{10}}{5}$  E)  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$

2013 - LYS



Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

2014 - YGS

6. R gerçel sayılar kümesi olmak üzere,  
 $K = \{(x, y) : x > 0, y < 0\} \subseteq R \times R$   
kümesi veriliyor.

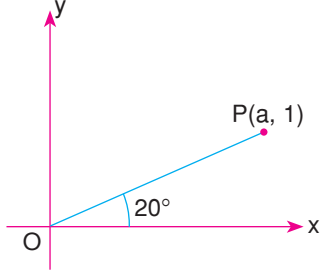
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi fark kümesinin bir alt kümesidir?

- A)  $\{(x, y) : x - 2y - 1 = 0\}$   
B)  $\{(x, y) : 2x + y + 3 = 0\}$   
C)  $\{(x, y) : 3x + y - 2 = 0\}$   
D)  $\{(x, y) : 2x - 3y + 1 = 0\}$   
E)  $\{(x, y) : x + y + 2 = 0\}$

2013 - LYS



7. Dik koordinat düzleminde verilen P(a, 1) noktasıyla orijini birleştiren doğru parçası şekilde gösterilmiştir. P noktasının  $y = ax$  doğrusuna göre simetriği olan R noktası işaretleniyor.



Buna göre,  $\widehat{POR}$  açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 130

2015 - LYS

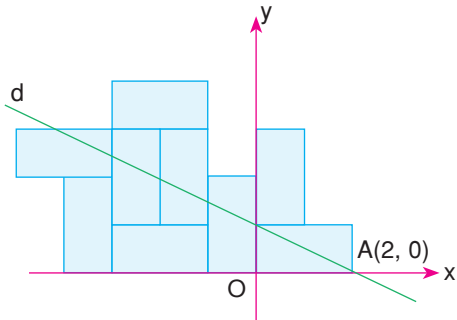
8. Dik koordinat düzleminde  $y = \frac{x}{7}$  doğrusu,  $x = 2$  ve  $x = 9$  doğrularını sırasıyla P ve R noktalarında kesmektedir.

Buna göre,  $|PR|$  uzunluğu kaç birimdir?

- A)  $5\sqrt{2}$  B)  $6\sqrt{2}$  C)  $4\sqrt{10}$  D) 8 E) 390

2016 - YGS

9.



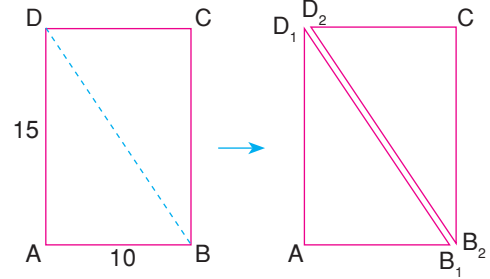
Dik koordinat düzleminde, kısa kenarı 1 birim, uzun kenarı 2 birim olan 9 eş dikdörtgenden oluşan şekil çizilmiştir. Sonra, A(2, 0) noktasından geçen d doğrusu ile bu şekil eşit alanlı iki bölgeye ayrılmıştır.

Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

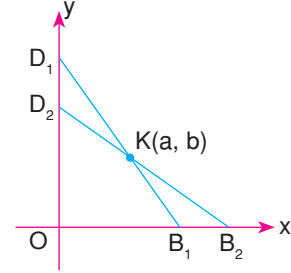
- A)  $-\frac{3}{7}$  B)  $-\frac{5}{12}$  C)  $-\frac{7}{16}$  D)  $-\frac{9}{20}$  E)  $-\frac{11}{24}$

2017 - LYS

10. Kenar uzunlukları 10 birim ve 15 birim olan ABCD dikdörtgeni biçimindeki bir karton, şekildeki gibi DB köşegeni boyunca kesiliyor.



Daha sonra, elde edilen iki üçgenin A ve C köşeleri orijinde olacak biçimde üçgenler dik koordinat düzlemi üzerine aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.



Bu üçgenlerin kesim noktası için toplamı kaç birimdir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2013 - LYS

11. Dik koordinat düzleminde orijinden geçen  $d_1$ ,  $d_2$  doğruları ile  $x + y = 6$  doğrusunun sınırladığı kapalı bölge bir eşkenar üçgendir.

Buna göre, bu eşkenar üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $3\sqrt{3}$  B)  $4\sqrt{3}$  C)  $6\sqrt{3}$  D)  $8\sqrt{3}$  E)  $9\sqrt{3}$

12. Dik koordinat düzleminde,  $y = 2$  ve  $y = 6$  doğruları ile  $y = 2x$  doğrusunun kesişim noktalarını köşe kabul eden bir paralelkenarın köşegenleri (0,4) noktasında kesilmektedir.

Bu paralelkenarın alanı kaç birimkaredir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

# GEOMETRİ

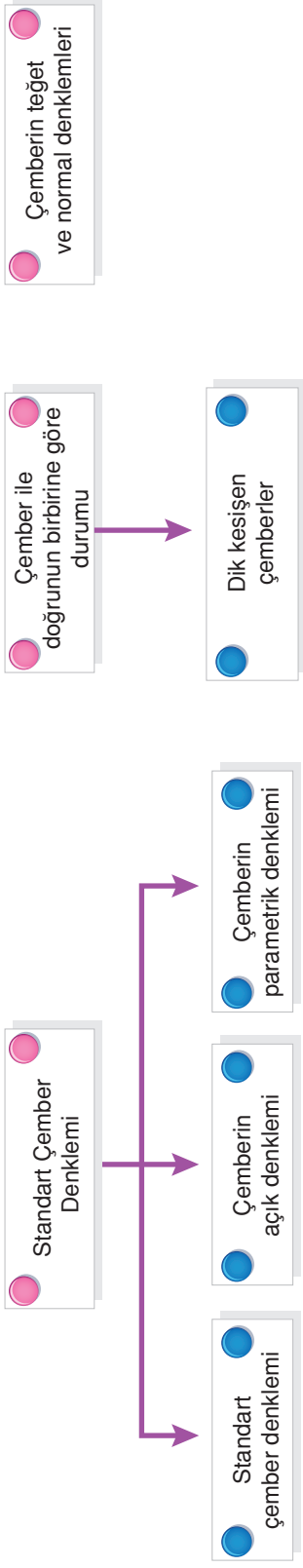
## 4KS

### ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

- *Çemberin Kapalı Denklemi (Standart Denklemi)*
- *Eksenle Teğet Çemberler*
- *Çemberin Açık Denklemi*
- *Çember İle Doğrunun Birbirine Göre Durumları*
- *Çemberlerin Dik Kesişmesi*
- *Çemberlerin Teğet ve Normal Denklemleri*
- *Noktanın Çembere Göre Kuvveti*
- *Kuvvet Eksenini*
- *Çember Dışındaki Bir Noktadan Çizilen Teğetin Denklemi*
- *Ortak Kiriş Doğrusu*

## AKILLI HARİTAM

### ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ



## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

## ÇEMBER DENKLEMLERİ

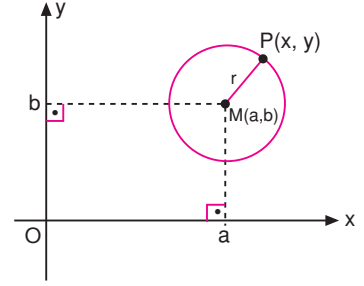
## a) Çemberin Kapalı Denklemi :

Analitik düzlemde alınan herhangi bir  $M(a, b)$  noktasına  $r$  birim uzaklıkta bulunan  $P(x, y)$  noktalarının kümesi (Geometrik yeri)  $M(a, b)$  merkezli ve  $r$  yarıçaplı bir çember belirtir.

$P(x, y)$  değişken bir nokta  $M(a, b)$  sabit bir nokta olmak üzere bu iki nokta arasındaki uzaklığın  $r$  br olduğu gözönüne alınırsa iki nokta arasındaki uzaklıktan,  $|PM| = r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$  eşitliği yazılır.

Her iki tarafın karesi alınırsa,  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$  denklemi elde edilir.

Bu denkleme çemberin "Kapalı Denklemi" veya "STANDART DENKLEMİ" denir.



## Örnek

Merkezi  $M(3, -4)$  olan ve  $P(-1, -1)$  noktasından geçen çemberin denklemini yazınız.

- A)  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$   
 B)  $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$   
 C)  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 25$   
 D)  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 5$   
 E)  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$

## Çözüm

Çemberin yarıçapı iki nokta arasındaki uzaklık formülünden

$$r = |PM| = \sqrt{(3-(-1))^2 + (-4-(-1))^2}$$

$$r = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$$

$$r = \sqrt{16+9} = 5 \text{ br bulunur.}$$

Merkezi  $M(3, -4)$ , yarıçapı  $r = 5$  br olan çemberin denklemi:

$$(x-3)^2 + (y-(-4))^2 = 5^2$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25 \text{ olur.}$$

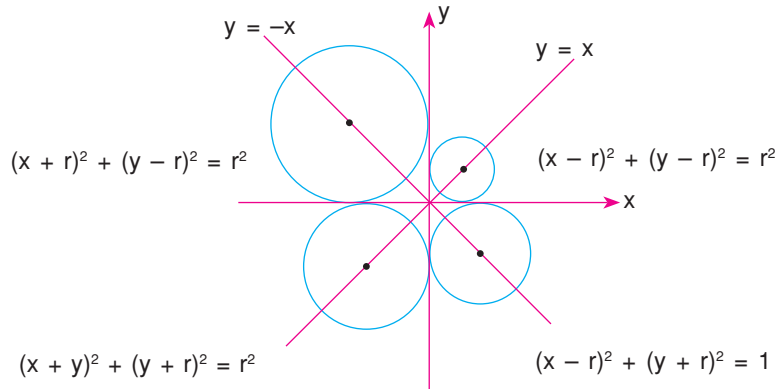
YANIT A

## UYARI

$r = |a|$  ise çember  $oy$  eksenine,  
 $r = |b|$  ise çember  $ox$  eksenine ve  
 $r = |a| = |b|$  ise çember her iki eksene teğet olur.

## UYARI

Her iki eksene teğet olan çemberin merkezi ya  $y = x$  yada  $y = -x$  doğrusu üzerinde olur.



Eksenlere teğet çemberlerin denklemleri şekilde belirtildiği gibidir.

## Örnek

Şekildeki AOB diküçgeninin çevrel çemberinin denklemini yazınız.

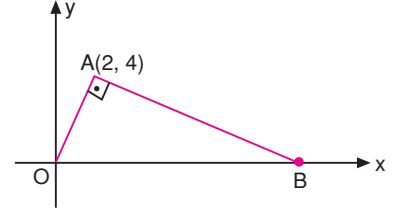
A)  $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 25$

B)  $x^2 + (y - 2)^2 = 25$

C)  $(x - 5)^2 + y^2 = 25$

D)  $x^2 + (y - 5)^2 = 5$

E)  $(x + 5)^2 + y^2 = 5$



## Çözüm

AOB çevre açısı dik olduğundan gördüğü [OB] kirişi çaptır.

Öklit bağıntısı uygulanırsa

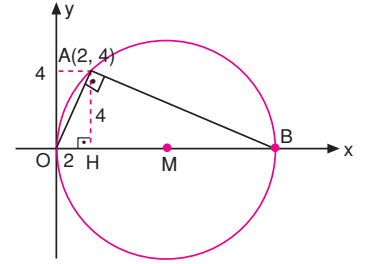
$$4^2 = |OH| \cdot |HB| \text{ den}$$

$$16 = 2|HB| \text{ ve } |HB| = 8 \text{ br bulunur.}$$

Merkezi  $M(5, 0)$  ve yarıçap  $r = 5$  br olacağından çevrel çemberin denklemi

$$(x - 5)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$$

$$(x - 5)^2 + y^2 = 25 \text{ olur.}$$



YANIT C

## Örnek

Merkezi  $M(4, -2)$  olan ve Ox eksenine teğet olan çemberin denklemini yazınız.

A)  $x^2 + (y - 4)^2 = 4$

B)  $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4$

C)  $(x + 4)^2 + y^2 = 4$

D)  $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 2$

E)  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$

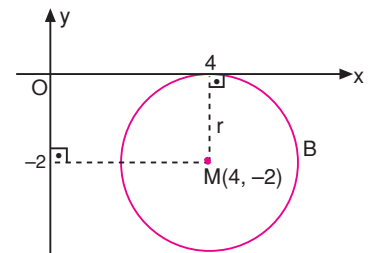
## Çözüm

Denklemlenilen çemberin grafiği aşağıdaki gibi olmalıdır.

Çemberin yarıçapının  $r = 2$  br olduğuna dikkat edilirse istenilen çember

$M(4, -2)$  merkezli ve  $r = 2$  br yarıçaplı olup denklemi

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4 \text{ olur.}$$



YANIT B

## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

## Örnek

A(1, 4), B(-3, 2) olduğuna göre [AB] çaplı çemberin denklemini yazınız.

A)  $(x + 1)^2 + y^2 = 25$

B)  $(x - 1)^2 + y^2 = 5$

C)  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$

D)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 5$

E)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$

## Çözüm

Çemberin merkez koordinatları ve yarıçapını bulmalıyız.

Merkez noktası [AB] nin orta noktası olup

$$M\left(\frac{1 + (-3)}{2}, \frac{4 + 2}{2}\right) = M(-1, 3)$$

Yarıçapı ise  $r = \frac{|AB|}{2}$  olup

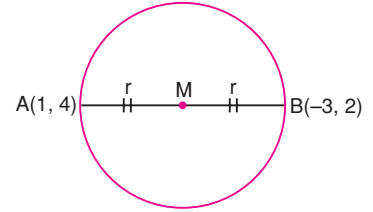
$$r = \frac{\sqrt{(1 - (-3))^2 + (4 - 2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2}$$

$$r = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \text{ br bulunur.}$$

Merkezi  $M(-1, 3)$  ve yarıçapı  $r = \sqrt{5}$  br olan çemberin denklemi

$$(x - (-1))^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5 \text{ olur.}$$



YANIT C

## Örnek

$y = 6$  ve  $y = 12$  doğrularına teğet ve merkezi  $2x - 3y + 7 = 0$  doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemini yazınız.

## Çözüm

Çemberin merkezi  $y = 9$  doğrusu üzerinde olup koordinatları  $M(a, 9)$  ve  $r = 3$  br dir.

Çemberin merkezi doğru üzerinde olduğundan doğrunun denklemini sağlamalıdır.

$$2a - 3 \cdot 9 + 7 = 0 \Rightarrow a = 10 \text{ olur.}$$

$M(10, 9)$  bulunur.

$M(10, 9)$  ve yarıçapı 3 br olan çember denklemi  $(x - 10)^2 + (y - 9)^2 = 9$  olur.

## Örnek

Merkezi  $x + 2y - 6 = 0$  doğrusu üzerinde bulunan ve her iki eksene II. bölgede teğet olan çemberin denklemini yazınız.

A)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$

B)  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$

C)  $(x - 6)^2 + (y + 6)^2 = 6$

D)  $(x + 6)^2 + (y - 6)^2 = 36$

E)  $(x - 6)^2 + (y + 6)^2 = 36$

## Çözüm

II. bölgede eksenlere teğet çemberin grafiği şekilde çizilmiştir.

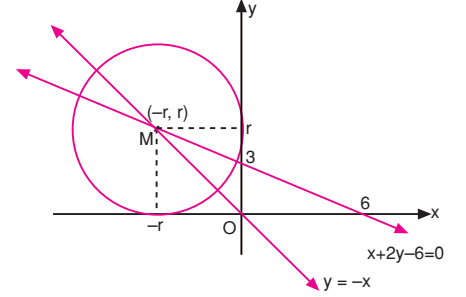
Çemberin merkezi  $M(-r, r)$  dir.

Bu nokta doğru üzerinde olduğu için doğrunun denklemini sağlar.

$$-r + 2r - 6 = 0 \Rightarrow r = 6 \text{ br olur.}$$

$$(x + r)^2 + (y - r)^2 = r^2 \text{ ve}$$

$$(x + 6)^2 + (y - 6)^2 = 36 \text{ bulunur.}$$



YANIT D

## UYARI

$M(0, 0)$  olan çembere merkezil çember denir.

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ dir.}$$

Eğer yarıçap uzunluğu  $r = 1$  olursa çembere **BİRİM ÇEMBER** yada **TRIGONOMETRİ ÇEMBERSİ** denir.

## Örnek

Yarıçapı 3 br olan merkezil çember ile

$(x - k)^2 + (y + 3)^2 = 25$  çemberleri dıştan teğet ise **k'nın pozitif değeri kaçtır?**

A)  $\sqrt{30}$

B)  $4\sqrt{2}$

C)  $2\sqrt{10}$

D)  $5\sqrt{2}$

E)  $\sqrt{55}$

## Çözüm

Yarıçapı 3 br olan merkezil çember

$x^2 + y^2 = 9$  şeklinde olup merkezi  $M_1(0, 0)$  dir.

Dıştan teğet olma koşulu

$$|M_1M_2| = r_1 + r_2 \text{ olduğundan}$$

$$|M_1M_2| = \sqrt{(0 - k)^2 + (0 + 3)^2}$$

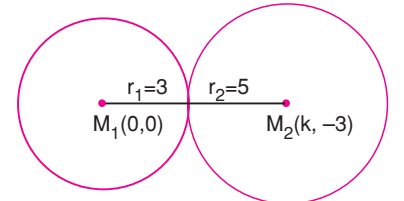
$$3 + 5 = \sqrt{k^2 + 9}$$

$$k^2 + 9 = 64$$

$$k^2 = 55$$

$$k = \mp \sqrt{55}$$

$$k = \sqrt{55} \text{ bulunur.}$$



YANIT E

## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

## b) ÇEMBERİN AÇIK DENKLEMİ:

Merkezi  $M(a, b)$  ve yarıçapı  $r$  olan çemberin kapalı denklemi  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  olduğunu hatırlayınız.

Bu denklemde parantez kareler açılıp düzenlenir ve sıfıra eşitlenirse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \text{ olur.}$$

Burada  $-2a = A$ ,  $-2b = B$  ve  $a^2 + b^2 - r^2 = C$  alınırsa  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  olur.

Bu denkleme "Çemberin Açık Denklemi" denir.

$$-2a = A \text{ ise } a = -\frac{A}{2}, \quad -2b = B \text{ ise } b = -\frac{B}{2}$$

$$M(a, b) = M\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) \text{ ve } a^2 + b^2 - r^2 = C$$

$$\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - \frac{4C}{4} = r^2$$

$$\frac{A^2 + B^2 - 4C}{4} = r^2 \text{ ve}$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + B^2 - 4C} \text{ olur.}$$

Öyle ise açık çember denkleminde

$$\text{Merkez } \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) \text{ ve}$$

$$\text{Yarıçap, } r = \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + B^2 - 4C} \text{ dir.}$$

## Örnek

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$$

denklemi ile verilen çemberin merkez koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

- A)  $r = 4$ ,  $M(-3, 4)$     B)  $r = 2$ ,  $M(3, -4)$     C)  $r = 4$ ,  $M(3, 4)$     D)  $r = 2$ ,  $M(4, -3)$     E)  $r = 4$ ,  $M(-4, 3)$

## Çözüm

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  denklemi ile verilen çemberin merkezi  $M\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$  ve yarıçapı

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + B^2 - 4C} \text{ formülü ile bulunur.}$$

$$-\frac{A}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

$$-\frac{B}{2} = -\frac{-8}{2} = 4 \text{ ise } M(-3, 4) \text{ olur.}$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + (-8)^2 - 4 \cdot 9}$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{64} = 4 \text{ br bulunur.}$$



## UYARI

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  denklemi

$\theta = A^2 + B^2 - 4C$  ifadesine çember diskriminantı denir.

- i)  $A^2 + B^2 - 4C = 0$  ise bir nokta,
- ii)  $A^2 + B^2 - 4C > 0$  ise reel yarıçaplı çember ve
- iii)  $A^2 + B^2 - 4C < 0$  ise reel çember belirtmez.

## UYARI

Verilen denklemin çember belirtmesi için

- 1)  $x^2$  ve  $y^2$  li terimlerin katsayıları eşit olmalı
- 2)  $(x.y)$  li terim olmamalı
- 3)  $\theta = A^2 + B^2 - 4C > 0$  olmalıdır.

## Örnek

Denklemleri  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$  olan çember ile denklemleri  $4x - 3y - 21 = 0$  olan doğru arasındaki **en kısa uzaklık kaç br dir?**

- A)  $\sqrt{3}$                       B)  $\sqrt{2}$                       C)  $\sqrt{6}$
- D) 3                              E)  $2\sqrt{3}$

## Çözüm

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Çemberin merkezi  $M\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$  ve

$M(2, 4)$  bulunur. Çemberin yarıçapı ise

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + B^2 - 4C} \text{ den}$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 64 - 64} = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \text{ br olur.}$$

Çemberin merkezinin  $4x - 3y - 21 = 0$  doğrusuna uzaklığından çemberin yarıçapını çıkarırsak doğru ile çember arasındaki en kısa uzaklık bulunmuş olur.

Noktanın doğruya olan uzaklığı formülünden,

$$|MP| = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 4 - 21|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{25}{5} = 5 \text{ br olur.}$$

Bu uzaklıktan çemberin yarıçapı çıkarılırsa  $5 - 2 = 3$  br bulunur.

**YANIT D**

### ÇEMBER İLE DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE KONUMU (DURUMU)

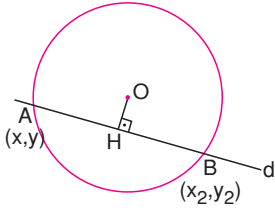
Çember ile doğrunun ortak çözümü yapılır. Bunun için doğru denkleminde bir bilinmeyen çekilip çember denkleminde yerine yazılarak ikinci dereceden denklem elde edilir.

Bu denklemin diskriminantına ( $\Delta = b^2 - 4ac$ ) bakılır.

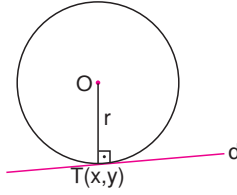
- i)  $\Delta > 0$  ise doğru çemberi iki noktada keser.
- ii)  $\Delta = 0$  ise doğru çembere teğettir.
- iii)  $\Delta < 0$  ise doğru çemberi kesmez.

Denklemin çözümünde bulunan kökler doğru denkleminde yerine yazılarak kesim noktasının veya değme noktasının diğer bileşeni bulunur.

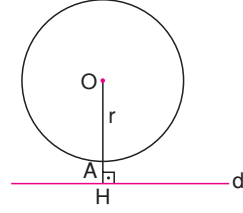
## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ



$\Delta > 0$  ise doğru çemberi iki noktada keser.  
( $|OH| < r$ )



$\Delta = 0$  ise doğru çembere teğet  
( $|OT| = r$ )



$\Delta < 0$  ise doğru çemberi kesmez  
( $|OH| > r$ )

## Örnek

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

çemberini  $y = x$  doğrusu A ve B noktasında kesiyorsa  $|AB|$  kaç br'dir?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

## Çözüm

Çember denkleminde  $y = x$  yazalım

$$x^2 + x^2 - 4x - 2x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ den}$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

$\Delta = 1 > 0$  doğru çemberi iki noktada kesiyor.

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dan,}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \mp \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \mp 1}{2}$$

$x_1 = 2$  ve  $x_2 = 1$  olur.

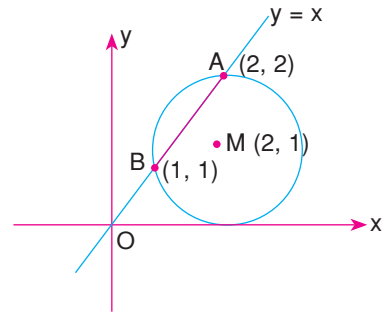
$x_1 = 2$  ise  $y = x$  den  $y_1 = 2$

$x_2 = 1$  ise  $y = x$  den  $y_2 = 1$  olur.

A(2, 2) ve B(1, 1) olur.

$$|AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2}$$

$|AB| = 2$  br olur.

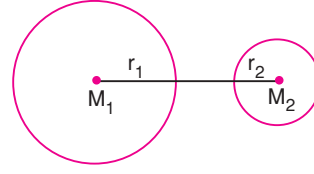


**YANIT B**

## İki Çemberin Birbirine Göre Konumları

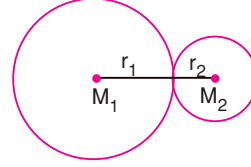
- 1) Merkezler arasındaki uzaklık yarıçapları toplamından büyükse çemberler kesişmezler.

$$|M_1M_2| > r_1 + r_2$$



- 2) Merkezler arasındaki uzaklık yarıçapları toplamına eşitse çemberler dıştan teğettir.

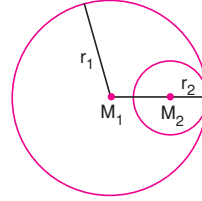
$$|M_1M_2| = r_1 + r_2$$



- 3) Merkezler arasındaki uzaklık yarıçapları farkına eşitse çemberler içten teğettir.

$$|M_1M_2| = r_1 - r_2$$

$$(r_1 > r_2)$$



## Örnek

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4 \text{ ve}$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$$

çemberlerinin dıştan teğet olması için  $r$  kaç br olmalıdır?

- A) 2  
B)  $\sqrt{5} - 1$   
C)  $2\sqrt{2} - 1$   
D)  $2\sqrt{3} - 1$   
E)  $3\sqrt{2} - 2$

## Çözüm

M ve N merkezli çemberin dıştan teğet ise  $M(2, -1)$  ve  $N(-1, 2)$  merkezli çemberlerde merkezler arasındaki uzaklık yarıçapları toplamına eşit olmalıdır.

Yani;  $|MN| = r + 2$  olmalıdır.

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (2-(-1))^2} = r + 2$$

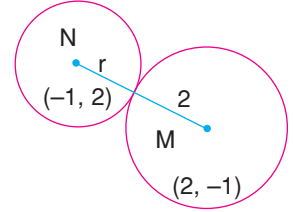
$$\sqrt{9 + 9} = r + 2 \text{ iki tarafın karesi alınırsa}$$

$$18 = r^2 + 4r + 4$$

$$r^2 + 4r - 14 = 0$$

$$r = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 14}}{2}$$

$$r_1 = \frac{-4 + \sqrt{72}}{2} \text{ ve } r = 3\sqrt{2} - 2 \text{ br olur.}$$

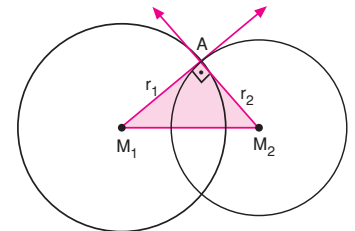


**YANIT E**

## Çemberlerin Dik Kesişmesi

İki çemberin merkezlerinden çizilen teğetlerin kesim noktalarından geçmesi halinde çemberler dik kesişiyor denir.

$M_1M_2A$  üçgeninde Pisagor bağıntısı uygulanırsa  $|M_1M_2|^2 = r_1^2 + r_2^2$  eşitliği bulunur.



## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

## Örnek

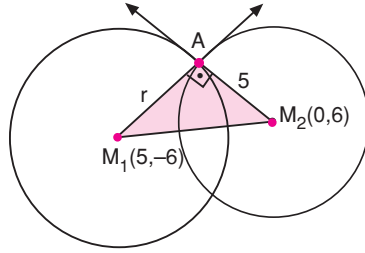
$$(x - 5)^2 + (y + 6)^2 = r^2$$

$$x^2 + (y - 6)^2 = 25$$

çemberleri dik kesiştiklerine göre  
**r kaç br dir?**

- A) 12                      B) 10                      C) 9  
D) 8                        E) 6

## Çözüm



$$|M_1M_2| = \sqrt{(5-0)^2 + (-6-6)^2} = 13 \text{ olur.}$$

$M_1M_2A$  diküçgeninde pisagor bağıntısından

$$r^2 + 5^2 = 13^2 \text{ ve } r = 12 \text{ br bulunur.}$$

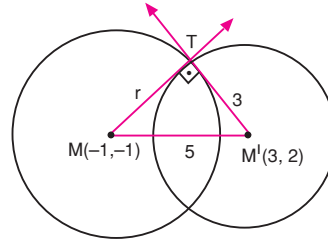
YANIT A

## Örnek

Denklemleri  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$  olan çember ile dik kesişen ve merkezinin koordinatları  $M(-1, -1)$  olan çemberin denklemini yazınız.

- A)  $x^2 + y^2 = 4$   
B)  $(x - 1)^2 + y^2 = 4$   
C)  $x^2 + (y - 1)^2 = 16$   
D)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$   
E)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$

## Çözüm



$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$  çemberinin merkezi  $M'(3, 2)$  ve yarıçapı

$$r_1 = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16 - 16} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \text{ br dir.}$$

Çemberler dik kesiştiklerine göre kesim noktalarından çemberlere çizilen teğetler diktir.

$$|MM'| = \sqrt{(-1-3)^2 + (-1-2)^2}$$

$$|MM'| = \sqrt{16 + 9}$$

$$|MM'| = 5 \text{ br olur.}$$

(TMM') diküçgeninde pisagor bağıntısından

$$|MT| = r = 4 \text{ br bulunur.}$$

$M(-1, -1)$  ve  $r = 4$  br olan çemberin denklemleri

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 16 \text{ olur.}$$

YANIT D

## Çemberin Teğet ve Normal Denklemleri

Normal doğrusunun, üzerindeki iki noktası bilindiğinden eğimini ve denklemini yazmak ve dik kesiştikleri için teğet doğrusunun eğimini ve denklemini bulmak mümkündür.

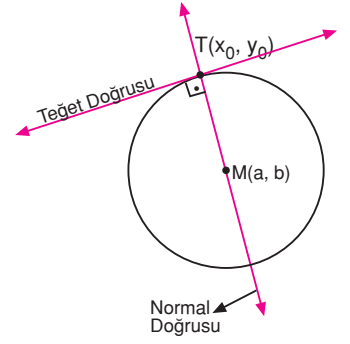
Normal doğrusunun eğimi :  $m_N$

$m_N = \frac{y_0 - b}{x_0 - a}$  olup  $M(a, b)$  den geçen ve eğimi

$m_N$  olan doğrunun denklemi  $y - b = m_N(x - a)$  ile bulunur.

Teğet doğrusunun eğimi :  $m_T = \frac{-1}{m_N}$  olup

$T(x_0, y_0)$  noktasından geçen teğet doğrusunun denklemi ise  $y - y_0 = \frac{-1}{m_N}(x - x_0)$  dir.



## UYARI

$x^2 + y^2 = r^2$  merkezli çemberine üzerindeki  $T(x_0, y_0)$  noktasından çizilen teğetin denklemi

$$xx_0 + yy_0 - r^2 = 0 \text{ dir.}$$

## UYARI

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  çemberine üzerindeki  $(x_0, y_0)$  noktasından çizilen teğetin denklemi

$$xx_0 + yy_0 + \frac{A}{2}(x + x_0) + \frac{B}{2}(y + y_0) + C = 0 \text{ dir.}$$

## UYARI

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  çemberine üzerindeki  $A(x_0, y_0)$  dan çizilen teğetin denklemi

$$(x - a)(x_0 - a) + (y - b)(y_0 - b) = r^2 \text{ dir.}$$

## UYARI

Teğetin eğimini türev yardımı ile bulup doğru denklemini yazabiliriz.

## ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

## Örnek

$$x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$$

çemberine üzerindeki  $A(-1, 2)$  noktasından çizilen normalin denklemini yazınız.

A)  $x - y + 3 = 0$

B)  $x - 2y - 5 = 0$

C)  $x - 2y + 5 = 0$

D)  $2x - y - 5 = 0$

E)  $2x + y - 5 = 0$

## Çözüm

$$M\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) \text{ den } M(-3, 1) \text{ olur.}$$

$$\text{Normalin eğimi } m_N = \frac{2-1}{-1-(-3)}$$

$$m_N = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

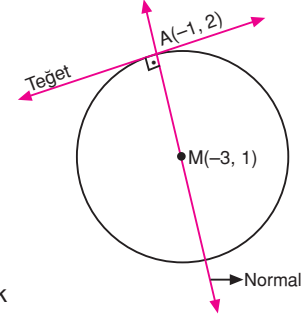
Bir noktası ve eğimi bilinen doğru denklemini hatırlanırsa  $M(-3, 1)$  noktası kullanılarak

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - (-3)) \text{ olur.}$$

$$y - 1 = \frac{x+3}{2}$$

$$2y - 2 = x + 3 \text{ ve}$$

$$x - 2y + 5 = 0 \text{ bulunur.}$$



YANIT C

## Örnek

$$x^2 + y^2 = r^2$$

çemberine üzerindeki  $A(-3, 4)$  noktasından çizilen teğet doğrusu  $B(1, 7)$  noktasından geçtiğine göre teğetin denklemini bulunuz.

A)  $3x - 4y + 25 = 0$

B)  $3x + 4y - 5 = 0$

C)  $3x - 4y - 15 = 0$

D)  $4x - 3y - 5 = 0$

E)  $4x + 3y - 5 = 0$

## Çözüm

$x^2 + y^2 = r^2$  çemberine üzerindeki  $A(-3, 4)$  den çizilen teğetin denklemini  $-3x + 4y - r^2 = 0$  olur.

Bu denklem  $B(1, 7)$  noktasını sağlamalıdır.

Yerine yazılırsa

$$-3 \cdot 1 + 4 \cdot 7 - r^2 = 0$$

$$25 = r^2$$

$$5 = r \text{ bulunur.}$$

Teğetin denklemini ise  $-3x + 4y - 25 = 0$  olur.

YANIT A

## Bir Noktanın Bir Çembere Göre Kuvveti

Herhangi bir  $A(x_0, y_0)$  noktasının çember denkleminde yerine yazılmasıyla elde edilen değere  $A(x_0, y_0)$  noktasının çembere göre kuvveti denir.

$A(x_0, y_0)$  noktasının çembere göre kuvvetini  $P$  ile gösterirsek;

I.  $A(x_0, y_0)$  noktasının  $x^2 + y^2 = r^2$  (Merkezli çember) çemberine göre kuvveti

$$P = x_0^2 + y_0^2 - r^2 \text{ dir.}$$

II.  $A(x_0, y_0)$  noktasının  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  çemberine göre kuvveti

$$P = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 - r^2 \text{ dir.}$$

III.  $A(x_0, y_0)$  noktasının  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  çemberine göre kuvveti

$$P = x_0^2 + y_0^2 + Ax_0 + By_0 + C \text{ dir.}$$

#### UYARI

- I.  $P > 0$  ise nokta çemberin dışında
- II.  $P = 0$  ise nokta çemberin üzerinde,
- III.  $P < 0$  ise nokta çemberin iç bölgesindedir.

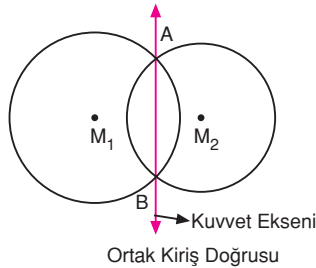
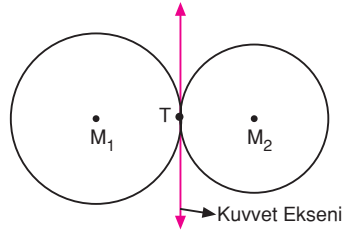
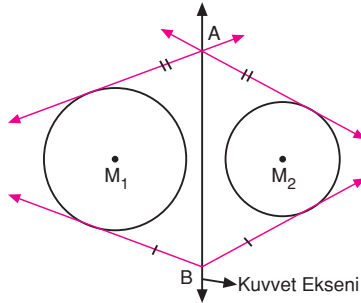
#### Kuvvet Eksenini

İki çembere göre aynı kuvvette olan noktaların geometrik yerine iki çemberin **Kuvvet Eksenini** denir.

#### UYARI

İki farklı noktada kesişen iki çemberin kuvvet eksenini kesim noktalarından geçen doğrudur.

Teğet olan iki çemberin kuvvet eksenini değme noktalarından geçen teğet doğrusudur.



## NOT

İki çemberin kuvvet eksenini çember denklemlerinde  $x^2$  ve  $y^2$  li terimlerin ortak çözümlerini yok edilmesinden elde edilen doğrudur.

## Örnek

Denklemleri  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 20 = 0$  ve  $(x - 3)^2 + y^2 = 1$  olan çemberlerin kuvvet eksenini  $A(a, 3)$  noktasından geçtiğine göre **a kaçtır?**

- A) 11                      B) 13                      C) 14  
D) 17                      E) 23

## Çözüm

$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 - 4x - 6y - 20 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0 \\ \hline 2x - 6y - 28 = 0 \end{array}$$

Taraf tarafa çıkarma işlemi yapılırsa bulunur.

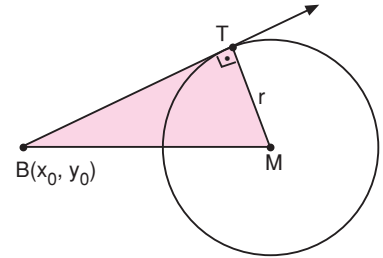
Kuvvet eksenini  $A(a, 3)$  noktasından geçtiğine göre nokta koordinatları doğru denklemini sağlar.

$$\begin{aligned} 2a - 6 \cdot 3 - 28 &= 0 \\ 2a - 46 &= 0 \\ a &= 23 \text{ olur.} \end{aligned}$$

YANIT E

## Çemberin Dışındaki Bir Noktadan Çembere Çizilen Teğet Parçasının Uzunluğu

BT doğru parçasının uzunluğu  $|BM|$  ve  $|TM|$  uzunlukları bulunabileceğinden Pisagor bağıntısı kullanılarak bulunabilir.



## Örnek

$A(3, 2)$  noktasından  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  çemberine çizilen teğetlerden birinin değme noktası T ise  **$|AT|$  kaç br dir?**

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 6

## Çözüm

A noktasının çembere göre kuvveti P ise

$$|AT| = \sqrt{P} \text{ dir.}$$

$$P = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 1$$

$$P = 16$$

$$|AT| = \sqrt{P} = \sqrt{16} = 4 \text{ br bulunur.}$$

YANIT C

## UYARI

$B(x_0, y_0)$  noktasının çembere göre kuvveti P olmak üzere  $|BT| = \sqrt{P}$  formülü ile daha kolay bulunur.